

Introduction générale

I. Généralités

L'évolution actuelle de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux, et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Nous pensons bien sûr aux projets spatiaux, aéronautiques et nucléaires dans lesquels la sécurité est vitale. D'autres types de projets d'envergure sont liés à notre environnement: contrôle de la pollution thermique, acoustique ou chimique, aménagement des cours d'eau, gestion des nappes souterraines, prévision météorologique. Pour dominer ces projets, l'ingénieur a besoin de modèles qui lui permettent de simuler le comportement de systèmes physiques complexes. Il peut ainsi prévoir l'influence de ses décisions au moment de la conception du système.

Les sciences de l'ingénieur (mécanique des solides et des fluides, thermique, etc.) permettent de décrire le comportement de systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre effectivement ces équations. Elle nécessite l'utilisation intensive de l'ordinateur. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur. La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Elle fait appel aux trois domaines suivants:

- Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- Programmation et informatique pour

Ce document est un support de cours destiné principalement aux étudiants de master. La perception de ces notions est parfois difficile car ils ne sont pas toujours visibles et palpables. Ce cours a pour but de simplifier et de rendre perceptibles ces connaissances à travers l'illustration et le déroulement d'exercices corrigés.

II. Vue d'ensemble de l'évolution et du développement de la méthode

Depuis une cinquantaine d'années la mécanique des structures permet l'analyse des assemblages de barres et poutres [1]. Le comportement de chaque élément de barre ou de poutre est représenté par une matrice de rigidité élémentaire construite grâce aux hypothèses de la résistance des matériaux. A partir des matrices élémentaires, nous construisons un système d'équations algébriques en utilisant des conditions de continuité des déplacements et d'équilibre des forces aux points de jonction des éléments ou noeuds. La résolution du système d'équations correspondant à des sollicitations données conduit aux déplacements de tous les noeuds de la structure. L'apparition des ordinateurs et les besoins de l'industrie aéronautique ont provoqué un développement rapide de la mécanique des structures entre 1950 et 1960. Turner, Clough, Martin et Topp [2] introduisent en 1956 le concept d'élément fini : ils représentent un milieu continu élastique à deux dimensions par un assemblage de panneaux triangulaires sur lesquels les déplacements sont supposés varier linéairement. Le comportement de chaque panneau est caractérisé par une matrice de rigidité élémentaire, A partir de ces matrices, la technique classique de la mécanique des structures conduit à la solution, c'est-à-dire aux déplacements en tout point du milieu continu.

Soulignons également le travail de Argyris et Kelsey [3] qui systématise l'utilisation de la notion d'énergie dans l'analyse des structures. En effet les idées de base de la méthode des éléments finis apparaissent déjà dans Courant [4], Hrennikoff [5] et Mc Henry [6], Dès 1960 la méthode des éléments finis subit un développement rapide dans plusieurs directions:

- La méthode est reformulée, à partir de considérations énergétiques et variationnelles, sous la forme générale des résidus pondérés [7 -10],
- De nombreux auteurs créent des éléments de haute précision [11] et des éléments à côtés curvilignes ou isoparamétriques [12-13],
- La méthode des éléments finis est reconnue comme un outil général de résolution d'équations aux dérivées partielles, Elle est donc utilisée pour résoudre des problèmes non linéaires et non stationnaires dans le domaine des structures ainsi que dans d'autres domaines: mécanique des sols et des roches, mécanique des fluides, thermique, etc, [14-26],
- Une base mathématique de la méthode des éléments finis est construite à partir de l'analyse fonctionnelle [27 -28].