

Chapitre I

Introduction aux transferts thermiques

I.1 Introduction

Le transfert de la chaleur est l'un des modes les plus courants d'échange d'énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'il existe entre eux une différence (écart) de températures. Le transfert de la chaleur s'effectue entre deux zones, une chaude vers une autre moins chaude, d'où le gradient de température.

La compréhension de ce processus nous incite à faire le lien entre le transfert de la chaleur et la thermodynamique, la mécanique des fluides, ce qui induit un ensemble de concepts et de définitions qui lui est propre. Dans ce chapitre, il sera exposé brièvement les principes fondamentaux du transfert de la chaleur, leurs descriptions mathématiques et quelques applications d'ingénierie typiques.

I.2 Les différents modes de transfert de la chaleur

Les différents modes de transfert de la chaleur sont :

1. Conduction : est due aux agitations moléculaires.
2. Convection : est due aux mouvements macroscopiques d'un fluide.

3. Rayonnement : ondes électromagnétiques (n'ont pas besoin de support matériel pour lesquelles puissent se transmettre).

I.2.1 Conduction

L'expérience a montré que la présence d'un gradient de température dans un corps est due à un transfert d'énergie de la région dont la température est haute vers la région dont la température est moins haute. L'énergie est transférée par conduction et le taux de transfert de la chaleur par unité de surface est proportionnel au gradient de température, d'où:

$$\frac{q_x}{A} \sim \frac{\partial T}{\partial x} \quad (I.1)$$

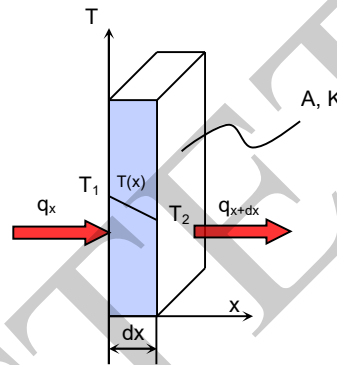


Figure I. 1 Transfert de la chaleur par conduction (unidimensionnelle).

Lorsque la constante de proportionnalité est appliquée,

$$q_x = -k A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{Loi de Fourier}) \quad \text{Unité } \frac{W}{m.K} . m^2 . \frac{K}{m} = W = \frac{J}{s} \quad (I.2)$$

Où

A : surface traversée par le flux de chaleur ($q_x \perp A$)

dT/dx : gradient de la température dans la direction de l'écoulement de la chaleur.

dx : épaisseur du corps (Mur simple).

q_x : taux de transfert de la chaleur.

k : constante positive qui représente la **conductivité thermique du matériau**.

Le signe moins est inséré de telle sorte que le second principe de la thermodynamique soit satisfait **Fig. I. 2**.

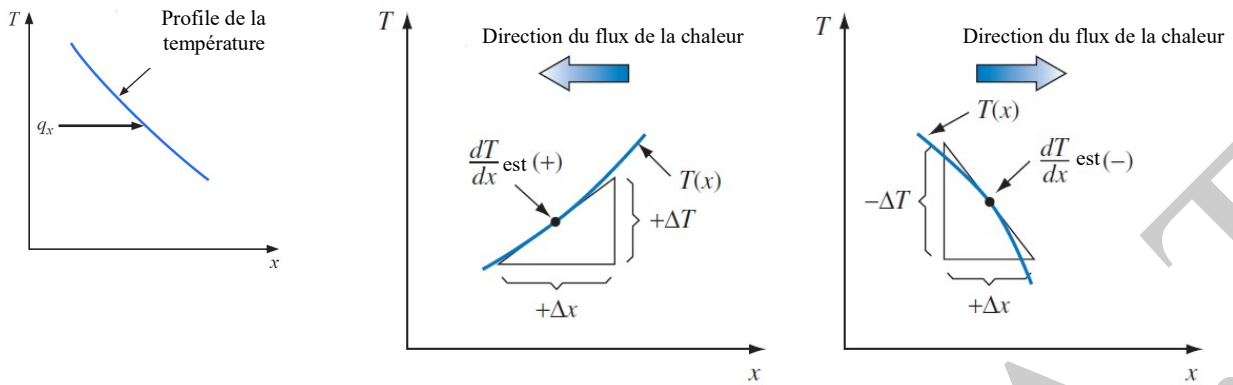


Figure I. 2 Direction de l'écoulement de la chaleur (la convention de signe du flux de chaleur par conduction).

I.2.1.a Exemple d'un mur plan (paroi plane)

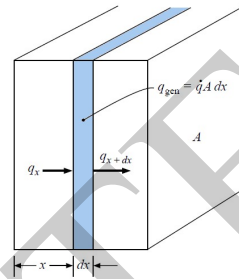


Figure I. 3 Le volume élémentaire pour l'analyse unidimensionnelle de la chaleur (unidirectionnelle) par conduction.

On utilise l'Éq. I. 2 comme point de départ et équation de base, qui régit le transfert de la chaleur dans un solide.

Considérons le système à une dimension illustré à la Fig. I. 3 dans un état stable (régime permanent), c'est à dire, si la température ne change pas avec le temps, alors le problème est simple, et il nous suffit d'intégrer l'Éq. I. 2 et de substituer les valeurs appropriées à résoudre pour la quantité souhaitée. Cependant, si la température du solide évolue dans le temps, ou s'il y a des sources de la chaleur dans le solide, la situation sera plus complexe. Nous considérons le cas général où la température varie dans le temps et les sources de la chaleur peuvent être présentes à l'intérieur du corps. Le **bilan énergétique** pour l'élément d'épaisseur dx s'écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Flux de chaleur entrant (face gauche)} \\ + \\ \text{Flux de chaleur dissipé (généralisé) dans l'élément} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Changement de l'énergie interne (flux de chaleur stocké)} \\ + \\ \text{Flux de chaleur sortant (face droite)} \end{array} \right\} \quad (\text{I.3})$$

Ou bien:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Flux de chaleur qui rentre (pénètre) pendant } d\tau \\ + \\ \text{Énergie dégagée dans la masse pendant } d\tau \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{chaleur due à la variation de l'énergie interne pendant } d\tau \\ + \\ \text{énergie évacuée (qui sort) pendant } d\tau \end{array} \right\}$$

Cette énergie est obtenue comme suit:

$$\text{Flux de la chaleur entrant (face gauche)} = q_x = -k A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{I.4})$$

$$\text{Flux de la chaleur générée dans l'élément} = \dot{q} A dx \quad (\text{I.5})$$

$$\text{Flux de la chaleur stocké (la variation de l'énergie interne)} = \rho \cdot c \cdot A \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dx \quad (\text{I.6})$$

$$\text{Flux de la chaleur sortant (face droite)} = q_{x+dx} = -k \cdot A \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} = -A \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \quad (\text{I.7})$$

Où

$\dot{q}$ = l'énergie produite par unité de volume (énergie interne du système considéré) [W/m³]

c = la chaleur spécifique du matériau [J/kg °C]

ρ = la masse volumique [kg/m³]

En combinant les équations ci-dessus on a:

$$-k \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \dot{q} \cdot A \cdot dx = \rho \cdot c \cdot A \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dx - A \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \quad (\text{I.8})$$

D'où

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (\text{I.9})$$

Il s'agit de l'équation unidimensionnelle de la chaleur par conduction.

En équilibre énergétique, le flux de la chaleur par conduction traversant un volume élémentaire ou de contrôle (**Fig. I. 4**) est donné par:

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + \frac{dE}{d\tau} \quad (\text{I.10})$$

La quantité d'énergie est obtenue comme suit:

$$q_x = -k \cdot dy \cdot dz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{I.11})$$

$$q_{x+dx} = - \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dy \cdot dz \quad (\text{I.12})$$

$$q_y = -k \cdot dx \cdot dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (\text{I.13})$$

$$q_{y+dy} = - \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy \right] dx \cdot dz \quad (\text{I.14})$$

$$q_z = -k \cdot dx \cdot dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (\text{I.15})$$

$$q_{z+dz} = - \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] dx \cdot dy \quad (\text{I.16})$$

$$q_{\text{gen}} = \dot{q} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (\text{I.17})$$

$$\frac{dE}{d\tau} = \rho \cdot c \cdot dx \cdot dy \cdot dz \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (\text{I.18})$$

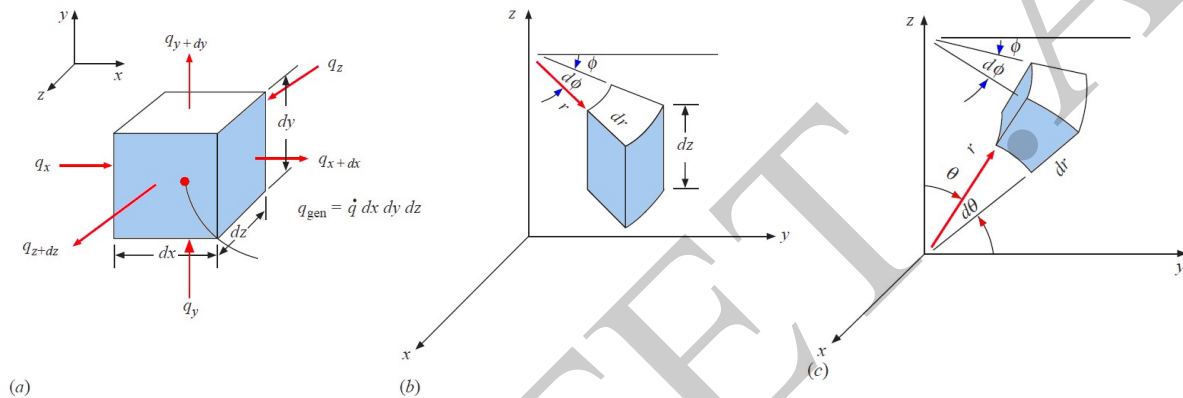


Figure I. 4 Le volume élémentaire (de contrôle) d'analyse thermique par conduction:

(a) en coordonnées cartésiennes; (b) en coordonnées cylindriques; (c) en coordonnées sphériques.

L'équation générale par conduction thermique en coordonnées cartésienne s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (\text{I.19})$$

k est la constante de la conductivité thermique, donc l'Éq. I.19 s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (\text{I.20})$$

Où la quantité $\alpha = k / (\rho \cdot c)$ est appelé la diffusivité thermique du matériau. Plus la valeur de α augmente, plus la diffusion de la chaleur est rapide dans le matériau. Ceci peut être vérifié en examinant les paramètres qui le composent (α). Une valeur élevée de α pourrait résulter soit d'une grande valeur de la conductivité thermique, ce qui indiquerait un rapide taux de transfert d'énergie, ou d'une valeur faible de la valeur de la chaleur $\rho \cdot c$. Une faible valeur de la capacité thermique signifierait que moins d'énergie se déplace à travers la matière, qui serait absorbée et utilisée pour augmenter la température de la matière; donc plus d'énergie serait disponible pour un transfert ultérieur, α [m²/s].

L'Éq. I. 20 s'écrit en coordonnées cylindriques ou sphériques comme suit:

Coordonnées cylindriques:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (\text{I.21})$$

Coordonnées sphériques:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rT) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (\text{I.22})$$

Les équations ci-dessous représentent des cas particuliers :

Flux de la chaleur en régime permanent unidimensionnel à l'absence de source de la chaleur interne

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{I.23})$$

A noter que cette équation est identique à l'Éq. I. 2 lorsque $q = \text{constante}$.

Flux de la chaleur en régime permanent à une dimension en coordonnées cylindriques (à l'absence de source de la chaleur ou sans génération interne de la chaleur):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (\text{I.24})$$

Flux de la chaleur en régime permanent à une dimension (unidimensionnel) avec génération interne de la chaleur:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (\text{I.25})$$

Flux de la chaleur en régime permanent à deux dimensions à l'absence de source de la chaleur (sans génération interne de la chaleur):

L'équation de Fourier s'écrit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I.26})$$

Dans le cas simple de l'état stable d'un flux de la chaleur unidimensionnel à travers une paroi plane, le gradient de la température et le flux de la chaleur ne varient pas dans le temps et l'écoulement de la chaleur à travers sa section transversale est uniforme.

Les variables de l'Éq. I. 2 peuvent alors être séparées, et l'équation obtenue est:

$$\frac{q_k}{A} \int_0^L dx = - \int_{T_{chaud}}^{T_{froid}} k \cdot dT = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad (\text{I.27})$$

$$q_k = \frac{A \cdot K}{L} (T_{chaud} - T_{froid}) = \frac{\Delta T}{L / (A \cdot K)} \quad (\text{I.28})$$

Dans cette équation ΔT représente la différence entre la température supérieure T_{chaud} et la température inférieure T_{froid} est le potentiel d'entraînement qui provoque l'écoulement de

la chaleur. La quantité $L/(A.K)$ est équivalente à une résistance thermique R_k régie (généré) par l'écoulement de la chaleur par conduction dans la paroi:

$$R_k = \frac{L}{A \cdot K} \quad (I.29)$$

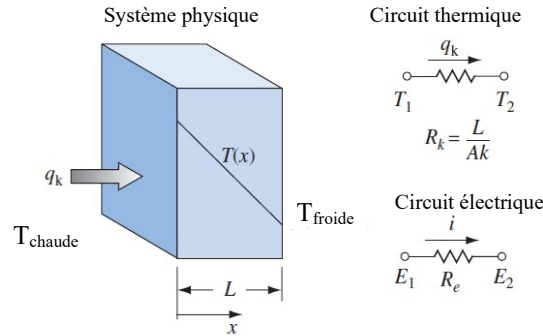


Figure I. 5 Répartition de la température par conduction à l'état d'équilibre à travers une paroi plane et l'analogie entre les circuits électriques et thermiques.

On constate une analogie (similitude) entre les systèmes de flux de la chaleur et les circuits électriques (Fig. I. 5). Le passage du courant électrique est égal (proportionnelle) au potentiel de tension, $V_1 - V_2$, divisée par la résistance électrique, R_e , tandis que le débit de la chaleur, q_k , est égal au potentiel de la température, répartis R_k par la résistance thermique. Cette analogie est un outil pratique, surtout pour la visualisation des situations plus complexes, à discuter.

$$V = -R \cdot i \Leftrightarrow V_2 - V_1 = -R_e \cdot i \Leftrightarrow V_1 - V_2 = R_e \cdot i \Leftrightarrow i = (V_1 - V_2) / R_e \quad (I.30)$$

I.2.1.b Coefficient de conduction thermique

L'Éq. I. 2 est l'équation définissant la conductivité thermique. Sur la base de cette définition, les mesures expérimentales peuvent être faites pour déterminer la conductivité thermique des différents matériaux. Pour les gaz à des températures modérément basses, les traitements analytiques de la théorie cinétique des gaz peuvent être utilisés pour prédire avec précision les valeurs observées expérimentalement. Dans certains cas, les théories sont disponibles pour la prédiction de la conductivité thermique dans les liquides et les solides, de nombreuses questions et concepts restent à clarifier où des liquides et des solides sont concernés.

Le mécanisme de conduction thermique dans un gaz s'identifie à travers l'énergie cinétique de ses molécules qui se développe par l'augmentation de la température, les molécules ont des vitesses plus élevées que dans une région à faible température. Les

molécules sont en mouvement aléatoire continu, provoquant des collisions et des impulsions, permettant des échanges d'énergie. Les molécules ont ce mouvement aléatoire, d'où le gradient de température dans le gaz. Si une molécule se déplace d'une zone à haute température à une région de basse température, elle transporte l'énergie cinétique de la partie moins chaude du système.

Tableau I. 1 représente quelques valeurs de la conductivité thermique :

Tableau I. 1 La conductivité thermique de divers matériaux à 0°C.

Solides (métalliques /non métalliques)	Conductivité thermique k	
	W/(m.°C)	Btu/(h.ft.°F)
Les métaux:		
Argent (pur)	410	237
Cuivre (pur)	385	223
Aluminium (pur)	202	117
Nickel (pur)	93	54
Fer (pur)	73	42
Acier au carbone, 1% C	25	43
Plomb (pur)	35	20,3
Acier au chrome nickel (18% de Cr, 8% de Ni)	16,3	9,4
Solides non métalliques:		
Diamant	2300	1329
Quartz, parallèle à l'axe	24	41,6
Magnésite	4,15	2,4
Du marbre	2,08 - 2,94	1,2-1,7
Grès	1,83	1,06
Verre, fenêtre	0,78	0,45
Chêne	0,17	0,096
En caoutchouc dur	0,15	0,087
Le chlorure de polyvinyle	0,09	0,052
La mousse de polystyrène	0,033	0,019
La sciure	0,059	0,034
La laine de verre	0,038	0,022
Glace	2,22	1,28
Fluides		
Liquides:		
Mercure	8,21	4,74
Eau	0,556	0,327
Ammoniac	0,540	0,312
Huile de graissage, SAE 50	0,147	0,085
Fréon 12, CCl ₂ F ₂	0,073	0,042
Des gaz:		
Hydrogène	0,175	0,101
Hélium	0,141	0,081
Air	0,024	0,0139
La vapeur d'eau (saturée)	0,0206	0,0119
Le dioxyde de carbone	0,0146	0,00844

Matériau	k (W.m⁻¹. °C⁻¹)
Argent	419
Cuivre	386
Aluminium	204
Acier doux	45
Acier inox	15
Glace	1,88
Béton	1,4
Brique terre cuite	1,1
Verre	1,0
Eau	0,60
Plâtre	0,48
Amiante	0,16
Bois (feuillu-résineux)	0,12-0,23
Liège	0,044-0,049
Laine de roche	0,038-0,041
Laine de verre	0,035-0,051
Polystyrène expansé	0,036-0,047
Polyuréthane (mousse)	0,030-0,045
Polystyrène extrudé	0,028
Air	0,026

I.2.2 La Convection

C'est le transfert de la chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Il est bien connu qu'une plaque de métal chaud se refroidit plus vite lorsqu'elle est placée en face à un ventilateur que lorsqu'elle est exposée à l'air libre. Nous disons que la chaleur est évacuée par convection libre ou naturelle. Le terme

convection, nous donne une notion intuitive qui concerne le processus de transfert de la chaleur. Cette notion intuitive doit être élargie pour permettre de parvenir à un traitement analytique adéquat du problème, tel que, l'influence du type de fluide, la vitesse à laquelle il percute la plaque chauffée et son taux de transfert.

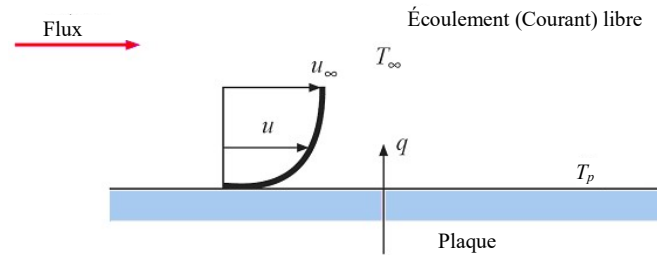


Figure I. 6 Le transfert de la chaleur par convection à travers une plaque

T_p représente la température de la plaque et T_∞ est la température du fluide. Pour exprimer l'effet global de la convection, nous utilisons la loi de Newton de refroidissement:

$$q = h \cdot A (T_p - T_\infty) \quad \text{(Loi de Newton)} \quad h [W/m^2 K] \quad (I.31)$$

Le taux de transfert de la chaleur est lié à la différence de température entre la surface de la plaque et le fluide A . La quantité h est appelée coefficient de transfert thermique par convection. Le coefficient de transfert de la chaleur est parfois appelé pellicule ou film de conductance en raison de sa relation avec le processus de conduction dans la couche mince stationnaire du fluide à la surface de la paroi (mur).

Si une plaque chauffée est exposée à l'air ambiant de la pièce sans source externe de mouvement, où le gradient de densité à proximité de la plaque est connu, nous l'appelons convection **naturelle** ou **libre**, par opposition à la convection **forcée**, telle que le cas d'un ventilateur soufflant de l'air sur une plaque. Phénomènes d'ébullition et de condensation sont également regroupés sous le thème général de transfert de la chaleur par convection. Les plages approximatives de convection de la chaleur ou coefficients de transfert sont indiquées dans le tableau I. 2.

Tableau I. 2.a Coefficients de transferts thermiques par convection.

Mode	<i>h</i>
	W/ (m ² .°K)
Convection libre	
gaz	2-25
liquides	50-1 000
Convection forcée	
gaz	25-250
liquides	100-20 000
Convection avec changement de phase	
bouillonnement (ébullition) ou condensation	2 500- 100 000

Tableau I. 2.b Coefficients de transferts thermiques par convection. (Suite)

Mode	<i>h</i>	
	W/ (m ² .°C)	Btu/(h.ft ² .°F)
Evacuation à travers une couche d'air de 2,5 cm ,soumise à une pression 10 ⁻⁶ atm à ΔT = 100°C-30°C	0,087	0,015
Convection libre, ΔT = 30°C :		
Plaque verticale de 0,3 m [1 ft] élevés dans l'air	4,5	0,79
Cylindre horizontal de 5 cm de diamètre, dans l'air	6,5	1,14
Cylindre horizontal de 2 cm de diamètre, dans de l'eau	890	157
Le transfert de la chaleur à travers couche vertical d'air de 1,5 cm avec un écart ΔT = 60°C	2,64	0,46
Fil mince dans l'air, d = 0.02mm, ΔT = 55°C	490	86
La convection forcée :		
Flux d'air à 2 m /s sur 0,2 m plaque carrée	12	2,1
Flux d'air à 35 m /s sur 0,75 m plaque carrée	75	13,2
Flux d'air à un nombre de Mach égale à 3, P = 1/20 atm, T _∞ = -40°C, à travers plaque carrée de 0,2 m	56	9,9
L'air à 2 atm circulant 10 m / s dans un tube de 2,5 cm de diamètre	65	11,4
L'eau circulant dans un tube 2,5 cm de diamètre, à un débit de 0,5 kg/s	3 500	616
Écoulement d'air à travers un cylindre de 5 cm de diamètre avec une vitesse de 50 m / s	180	32
Bismuth liquide à 4,5 kg / s et 420°C dans un tube de diamètre 5,0 m	3 410	600
Flux d'air à 50 m / s à travers un fils mince de diamètre 0,04 mm	3 850	678
Eau bouillante :		
Dans une piscine ou un conteneur	2 500-35 000	440-6 200
Circulant dans un tube	5 000-100 000	880-17 600
La condensation de la vapeur d'eau à 1 atm :		
Surfaces verticales	4 000-11 300	700-2 000
Tubes horizontaux extérieurs	9 500-25 000	1 700-4 400
Condensation goutte à goutte	170 000-290 000	30 000-50 000

I.2.2.a Bilan énergétique de convection dans un canal (tube ou tuyau) d'écoulement.

Le transfert d'énergie exprimé par l'Éq. I. 31 est utilisé pour évaluer les pertes par convection pour un écoulement sur une surface externe. Dans ce cas, on traite la convection d'un fluide circulant à l'intérieur d'un canal ou d'un tube.

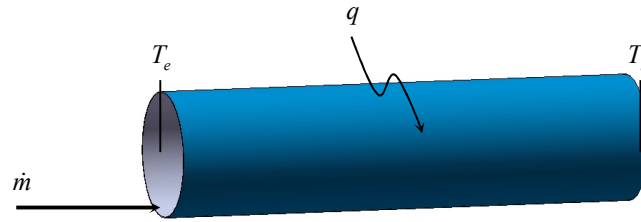


Figure I.7 Convection dans un canal.

Pour éviter toute confusion avec le coefficient de convection (h), on utilise le symbole i pour désigner l'enthalpie. Des conditions d'entrée à T_e de sorties de conditions à T_s le bilan énergétique du fluide est :

$$q = \dot{m} \cdot (i_s - i_e) \quad (\text{I.32})$$

où $\dot{m}$ est le débit massique du fluide.

Pour beaucoup de liquides monophasiques et gaz à une température déterminée, on a :

$$\Delta i = C_p \cdot \Delta T \quad (\text{I.33})$$

D'où :

$$q = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_s - T_e) \quad (\text{I.34})$$

L'égalité entre l'Éq. I. 31 et l'Éq. I. 34 donne :

$$q = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_s - T_e) = h \cdot A (T_{\text{tube, moy}} - T_{\text{fluide, moy}}) \quad (\text{I.35})$$

Dans ce cas, les températures du fluide T_e , T_s , et T_{fluid} sont appelées : températures moyennes globales. A est la surface de contact de l'écoulement du fluide dans le canal. Le débit est donné par l'équation :

$$\dot{m} = \rho \cdot u_{\text{moyenne}} \cdot A_c \quad (\text{I.36})$$

Où u_{moyenne} représente la vitesse moyenne de l'écoulement d'un fluide dans un tube circulaire, où sa section est d'une surface de $A_c = \pi d^2/4$. La surface de la convection dans ce cas est de πdL , où L est la longueur du tube. La surface spécifique pour la convection est toujours la zone de la surface chauffée en contact avec le fluide.

I.2.3 Transfert d'énergie par rayonnement

Les mécanismes de conduction et de convection nécessitent la présence d'un milieu intermédiaire où le transfert d'énergie est effectué à travers un milieu matériel, fluide ou solide, par contre le rayonnement n'a pas besoin d'un milieu intermédiaire, c'est-à-dire que la chaleur peut également être transférée à travers des régions où il existe un vide parfait, tel que le soleil malgré la distance considérable dans le vide spatial, elle nous procure de la

chaleur. L'énergie du champ de rayonnement est transportée par des ondes électromagnétiques (ou par des photons). Le rayonnement thermique est l'énergie émise par la matière à une température différente de zéro. Bien qu'on s'intéresse au rayonnement des surfaces solides, des émissions peuvent se produire également à partir de liquides ou de gaz. Indépendamment de la forme de la matière, l'émission peut être attribuée à des changements selon les configurations électroniques des atomes ou molécules constitutives.

Considérons un processus de transfert par rayonnement sur une surface, comme présenté sur la Fig. I. 8. Le rayonnement émis par la surface provient de l'énergie thermique de la matière délimitée par la surface extérieure (Fig. I. 9);

$$q_{\text{émis}} = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad (\text{I.37})$$

Où $\sigma = 5,669 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ est la constante de proportionnalité, appelée la constante de Stefan Boltzmann. Cette équation ne s'applique qu'aux corps noirs et qu'elle n'est valable que pour le rayonnement thermique; d'autres types de rayonnement électromagnétique ne peuvent pas être traité de la même manière. Dans ce cas le rayonnement entre un solide et le milieu environnant est donné par la loi de Stefan Boltzmann du rayonnement thermique (I.37).

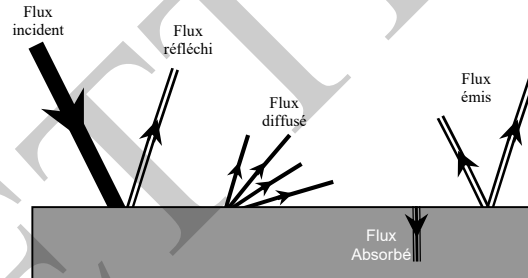


Figure I. 8 Rayonnement sur une surface

Par analogie, nous supposons qu'un corps noir représentant un modèle physique d'un radiateur thermique idéal (émetteur idéal qui rayonnerait un maximum d'énergie à chaque température et pour chaque longueur d'onde est appelé corps noir), où il emmagasine toute l'énergie à laquelle il est soumis, et qui la restituera par rayonnement. L'échange par rayonnement net entre deux surfaces (Fig. I. 9) est proportionnel à la différence de température absolue à la puissance quatre, à savoir,

$$\frac{q_{\text{net échangé}}}{A} = \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{I.38})$$

Ou

$$q_{\text{net échangé}} = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

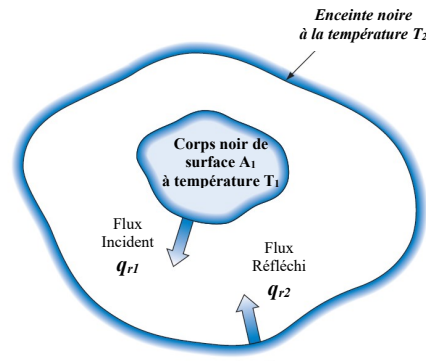


Figure I. 9 Echange de rayonnement entre deux surfaces imbriquées.

Les surfaces brillantes: peintes ou plaques métalliques rectifiés (rugueuse), ne rayonnent pas autant d'énergie que le corps noir, car elles réfléchissent une partie des rayons qui lui sont transmis. Pour tenir compte de la nature de ces surfaces, nous introduisons un facteur dans l'Éq. I. 38. En outre, uniquement une partie des rayonnements électromagnétiques quittant une surface se déplace en ligne droite atteindra l'autre surface, l'autre partie sera perdue dans l'environnement. Par conséquent, nous introduisons deux nouveaux facteurs dans l'Éq. I. 38 :

$$q = F_{\varepsilon} \cdot F_G \cdot \sigma \cdot A (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{I.39})$$

Où F_{ε} est la fonction de l'émissivité (dépend de la matière) et F_G est la fonction géométrique « facteur de forme », ces fonctions ne sont généralement dépendantes l'un de l'autre, comme indiqué dans l'Éq. I. 39.

I.2.3.a Rayonnement dans une très grande enceinte

Une surface de transfert de la chaleur par rayonnement à une température T_1 isolée totalement par une surface beaucoup plus grande maintenue à température T_2 (**Fig. I. 10**), simplifie le problème, d'où:

$$q = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{I.41})$$

L'émissivité ε relie le rayonnement de la surface "grise" à celle d'une surface noire idéale. Avec des valeurs dans la plage $0 \leq \varepsilon \leq 1$, cette propriété fournit une mesure de l'efficacité avec laquelle une surface émet de l'énergie par rapport à un corps noir. Cela dépend fortement du matériau de l'état de surface et de la finition.

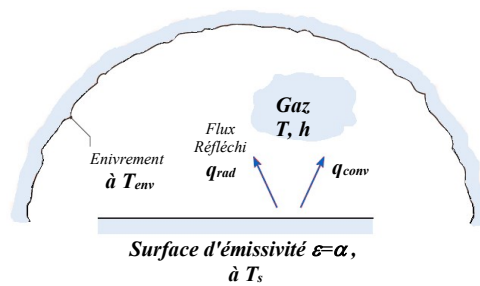


Figure I. 10 Echange de rayonnement d'une surface libre et d'une autre surface isolée (confinée) totalement par une surface

Remarque

Cette expression fournit la différence entre l'énergie thermique qui est libérée en raison de l'émission par rayonnement et celle acquise en raison de l'absorption du rayonnement. Généralement pour de nombreuses applications les Phénomènes de transfert de la chaleur par rayonnement sont très complexes, et leurs calculs sont rarement aussi simples que dans l'Éq. I. 41.

Une partie ou la totalité des rayonnements peuvent être absorbés par la surface exposée, augmentant ainsi l'énergie thermique du matériau. L'énergie absorbée peut être évaluée à partir de la connaissance d'une propriété radiative de la surface, appelée **absorptivité** α (pouvoir d'absorption d'une substance, avec $0 \leq \alpha \leq 1$). Si $\alpha < 1$ la surface est considérée *opaque (sombre)* et une partie de l'énergie est réfléchi par irradiation. Si la surface est *semi-transparente*, une partie de l'irradiation peut également être émise. Cependant, alors que les rayonnements absorbés et émis augmentent et réduisent respectivement l'énergie thermique de la matière, les rayonnements réfléchis et transmis n'ont aucun effet sur cette énergie.

Il est à noter que la valeur de α dépend de la nature de l'irradiation, ainsi de la surface elle-même. Par exemple, l'absorptivité d'une surface au rayonnement solaire peut différer de l'absorptivité au rayonnement émis par les parois d'un four.

Dans de nombreux problèmes d'ingénierie (à l'exception des problèmes solaires ou des sources à très haute température), les liquides peuvent être considérés comme opaques au transfert de la chaleur. Les gaz peuvent être considérés comme transparents. Les solides

peuvent être opaques (métaux) ou semi-transparents (feuilles minces de certains polymères et de certains matériaux semi-conducteurs).

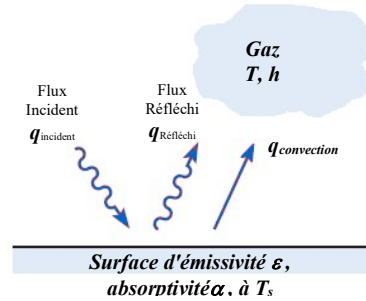


Figure I. 11 Représentation du flux de rayonnement incident, réfléchi et convection

Pour de nombreuses applications, il est commode d'exprimer l'échange thermique sous la forme:

$$q_{rad} = h_r A (T_1 - T_2) \quad (I.42)$$

Où, à partir de l'Éq. I. 41 et l'Éq. I.42.

La conductance du rayonnement thermique, ou le coefficient de transfert de la chaleur par rayonnement h_r est

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot A (T_1^4 - T_2^4) = h_r A (T_1 - T_2) \Leftrightarrow h_r = \varepsilon \sigma \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{(T_1 - T_2)} \quad (I.43)$$

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_1 + T_2) (T_1^2 + T_2^2)$$

Ici, nous avons modélisé le mode de rayonnement d'une manière similaire à la convection. Dans le sens où nous avons linéarisé l'équation du taux de rayonnement, ce qui rend le taux de la chaleur proportionnel à une différence de température plutôt qu'à la différence entre deux températures à la quatrième puissance.

Le coefficient de transfert de la chaleur par rayonnement h_r dépend fortement de la température, alors que la dépendance en température du coefficient de transfert thermique par convection h est généralement faible.

Les surfaces de la Fig. 1.11 peuvent transférer simultanément de la chaleur par rayonnement et par convection à un gaz adjacent. Le taux de transfert de la chaleur de la surface est alors :

$$q = q_{conv} + q_{rad} = h_c A (T_s - T_\infty) + \varepsilon A \sigma (T_s^4 - T_{env}^4) \quad (I.44)$$

Le rayonnement thermique est caractérisé par des longueurs d'ondes comprises entre 0.1 et 100 μm , il inclut le domaine du visible (ondes lumineuses ou lumière de 0.4 à 0.8 μm ou onde de la lumière 400 nm < λ < 800 nm) et n'occupe qu'une faible portion du spectre d'ondes électromagnétiques.

La longueur d'onde du rayonnement émise (la longueur d'onde maximum de luminance spectrale) est donnée par l'expression :

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} [m \cdot K]}{T[K]} \quad (\text{I.45})$$

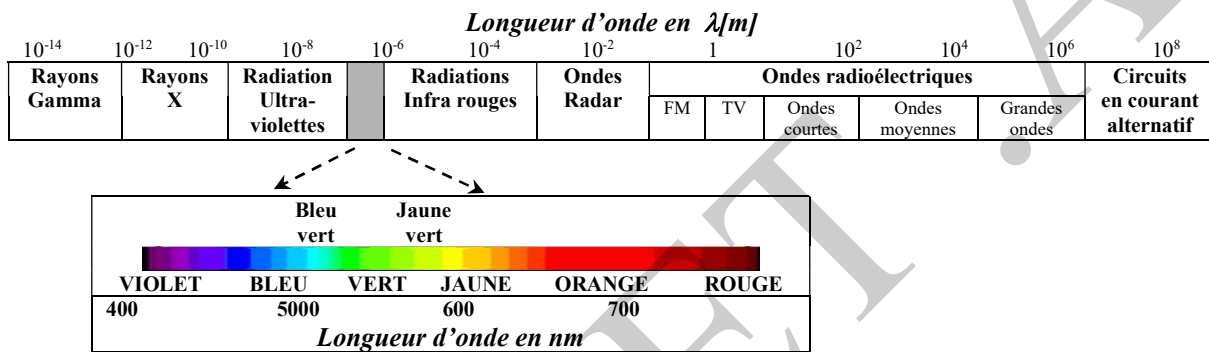


Figure I. 12 Longueur d'onde

I.3 Exercices

Exercice N°. 1

Une face d'une plaque en cuivre (sa conductivité thermique $k=370\text{W/m}^\circ\text{C}$) de 3 cm d'épaisseur est maintenue à 400°C, et l'autre face est maintenue à 100°C.

- Quelle est la quantité de la chaleur transférée à travers la plaque?

Exercice N°. 2

L'air à 20°C souffle sur une plaque chaude de 50 cm par 75cm, maintenue à 250°C. Le coefficient convection du transfert thermique est de 25 W/m²°C.

- Calculer la quantité de la chaleur dissipée.

Exercice N°. 3

En supposant que la plaque en exercice N°2 est réalisée en acier au carbone (1%), d'épaisseur 2 cm, où 300 W est perdue à partir de sa surface par rayonnement.

- Calculer la température à l'intérieur de la plaque.

Où, la conductivité thermique de l'acier au carbone (1%) est égale à $k=43\text{ W/(m}^\circ\text{C)}$.

Exercice N°. 4

Un courant électrique passe à travers un fil de 1 mm de diamètre et 10 cm de longueur. Le fil est plongé dans de l'eau liquide à la pression atmosphérique, le courant est augmenté progressivement jusqu'au bouillonnement de l'eau. Pour ce cas $h=5000\text{W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$, et la température de l'eau est de 100°C .

- Quelle est la puissance électrique qu'on doit fournir au fil pour maintenir la surface du fil à 114°C ?

Exercice N°. 5

Deux infinies plaques noires à 800°C et 300°C échangent de la chaleur par rayonnement.

- Calculer le transfert de la chaleur par unité de surface.

$$\sigma = 5.669 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4) \quad q = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Exercice N°. 6

Un tuyau horizontal en acier ayant un diamètre de 5cm est maintenu à une température de 50°C dans une grande pièce, où la température de la paroi et de l'air est à 20°C . L'émissivité de la surface de l'acier est prise 0,8.

En utilisant les données du tableau, calculer la chaleur totale perdue par le tuyau par unité de longueur. Avec (un cylindre horizontal de 5 cm de diamètre, dans l'air $h=6.5\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$)

Exercice N°. 7**Partie. I:**

Considérons une grande paroi plane d'épaisseur $L = 0,2 \text{ m}$, sa conductivité thermique $k = 1,2 \text{ W/(m} \cdot ^\circ\text{C)}$, et sa surface est de $A = 15 \text{ m}^2$. Les deux côtés de la paroi sont maintenus respectivement à une température constante $T_1 = 120^\circ\text{C}$ et $T_2 = 50^\circ\text{C}$, comme illustrer sur la Figure.1.

(En prenant la direction normale à la surface de la paroi à la direction x , l'équation différentielle pour ce problème peut-être exprimée comme suit: $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$).

Déterminer:

- La variation de la température à l'intérieur de la paroi et la valeur de la température à $x = 0,1 \text{ m}$.
- Le taux de la chaleur par conduction à travers la paroi dans des conditions d'équilibre (stabilité).

Partie. II:

Considérons la conduction de la chaleur constante à une dimension (direction) dans une paroi plane d'épaisseur L et de constante conductivité thermique k sans source de la chaleur.

- Trouver les expressions de la variation de la température dans le mur pour **les conditions aux limites** suivantes de Fig. I. 14.

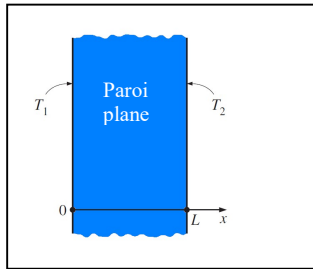


Figure I. 13 Schéma de la partie. I
Chaleur Conduction à travers une paroi plane

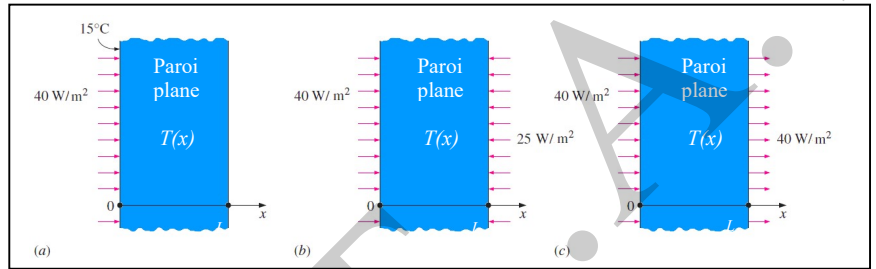


Figure I. 14 Schéma de la partie. II
Une paroi plane avec divers ensembles de conditions aux limites

I.4 Solutions des exercices**Solution de l'exercice N°. 1 :**

La conductivité thermique du cuivre est de $370 \text{ W} / \text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ à 250°C . A partir de la loi de Fourier

$$\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dx} = -k \frac{dT}{dx}$$

Après intégration donne :

$$\frac{q}{A} = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\frac{370(100 - 400)}{3 \cdot 10^{-2}} = 3.7 \text{ MW} / \text{m}^2 = [1.173 \cdot 10^6 \text{ Btu} / (\text{h} \cdot \text{ft}^2)]$$

Avec :

$$1 \text{ kcal} = 3.967 \text{ Btu}$$

$$\frac{1 \text{ kcal}}{3.967 \text{ Btu}} / \text{h} = 1.163 \text{ W} \Leftrightarrow 3.967 \text{ Btu/h} = 1.163 \text{ W}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3.967}{1.163} \text{ Btu/h} = 1 \text{ W}$$

$$\Leftrightarrow 1 \text{ W} = 3.4121 \text{ Btu/h}$$

$$1 \text{ m} = 3.2808 \text{ ft}$$

$$1 \text{ m}^2 = 10.7636 \text{ ft}^2$$

$$\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ m}^2} = \frac{3.4121}{1} \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{m}^2} = \frac{3.4121}{10.7636} \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2}$$

$$[1 \text{ W/m}^2 = 0.317 \text{ Btu}/(\text{h} \cdot \text{ft}^2)]$$

Solution de l'exercice N°. 2

De la loi de refroidissement de Newton

$$q = h \cdot A (T_{\text{plaque}} - T_\infty) = 25 \times 0.5 \times 0.75 \times (250 - 20)$$

$$= 2.156 \text{ kW} = [7357.34 \text{ Btu} / \text{h}]$$

Solution de l'exercice N°. 3

La chaleur s'écoulant à travers la plaque est égale à la somme flux de chaleur par convection et de la chaleur de rayonnement pertes:

$$q_{cond} = q_{conv} + q_{ray}$$

$$-k \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x} = 2.156 + 0.3 = 2.456 \text{ kW}$$

$$\Delta T = \frac{-2456 \times 0.02}{0.5 \times 0.75 \times 43} = -3.05^\circ\text{C} \quad [26.51^\circ\text{F}]$$

Donc, la température à l'intérieure de la plaque :

$$T_i = 250 + 3.05 = 253.05^\circ\text{C}$$

Solution de l'exercice N°. 4

La perte totale de convection est donnée par l'équation :

$$q = h \cdot A (T_{fil} - T_\infty)$$

Pour ce problème, la surface du fil est

$$A = \pi \cdot d \cdot L = \pi \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 3.142 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Le transfert de la chaleur est donc :

$$q = (5000 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{C)}) \cdot (3.142 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) (114 - 100) = 21.99 \text{ W} \quad [75.045 \text{ Btu/h}]$$

Représente la puissance électrique qui doit être appliquée.

Solution de l'exercice N°. 5

$$\frac{q}{A} = \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\frac{q}{A} = 5.669 \cdot 10^{-8} (1073.15^4 - 573.15^4)$$

$$= 69070.35 = 69.07 \text{ kW/m}^2 \quad [21.895 \cdot 10^3 \text{ Btu/(h} \cdot \text{ft}^2)]$$

Solution de l'exercice N°. 6

La perte de la chaleur totale est égale à la somme de la chaleur perdue par convection et par rayonnement :

$$\left. \frac{q}{L} \right|_{conv} = h \cdot (\pi \cdot d) (T_{tuy} - T_\infty)$$

$$\left. \frac{q}{L} \right|_{conv} = 6.5 \cdot (\pi \cdot 0.05) (50 - 20) = 30.63 \text{ W/m}$$

Le tuyau est un corps entouré d'une grande enceinte de sorte que le transfert de la chaleur par rayonnement peut être calculé à partir de l'équation :

$$\begin{aligned}\left. \frac{q}{L} \right|_{\text{ray}} &= \varepsilon_1 \cdot (\pi \cdot d_1) \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \\ &= 0.8 \cdot (\pi \cdot 0.05) \cdot 5.669 \cdot 10^{-8} \cdot (323^4 - 293^4) \\ &= 25.07 \text{ W/m}\end{aligned}$$

Donc la perte totale de la chaleur est égale à :

$$\begin{aligned}\left. \frac{q}{L} \right|_{\text{Totale}} &= \left. \frac{q}{L} \right|_{\text{conv}} + \left. \frac{q}{L} \right|_{\text{ray}} \\ \left. \frac{q}{L} \right|_{\text{Totale}} &= 30.63 + 25.07 = 55.70 \text{ W/m}\end{aligned}$$

Remarque :

Dans cet exemple, on constate que la convection et le rayonnement ont la même grandeur, si on néglige l'une d'entre elles, ce sera une grave erreur.

Solution de l'exercice N°. 7

Partie 1:

a- la variation de la température dans la paroi

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

On intègre:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

Nous intégrons une deuxième fois: $T(x) = C_1 \cdot x + C_2$

$\uparrow$ $\nwarrow$ $\uparrow$
 Solution Constantes
 générale arbitraires

Conditions aux limites :

$$\begin{aligned}T(0) = T_1 = 120^\circ\text{C} &\Leftrightarrow T(0) = (C_1 \cdot 0) + C_2 \\ &\Leftrightarrow = T_1 = 120^\circ\text{C} \\ &\Leftrightarrow C_2 = T_1 = 120^\circ\text{C}\end{aligned}$$

$$T(L) = T_2 = 50^\circ\text{C} \Leftrightarrow T(L) = (C_1 \cdot L) + C_2 = T_2$$

$$\Leftrightarrow T_2 = (C_1 \cdot L) + T_1$$

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{50 - 120}{0.2} = -350^\circ\text{C/m}$$

$$\Leftrightarrow T(x) = -350 \cdot x + 120$$

$$T(0.1) = \left(\frac{50 - 120}{0.2} \right) \cdot 0.1 + 120 = 85^\circ\text{C}$$

b- Le taux de la chaleur par conduction en régime permanent :

$$q_{\text{paroi}} = -K \cdot A \frac{dT}{dx} = -K \cdot A \cdot C_1 = -K \cdot A \frac{T_2 - T_1}{L} = K \cdot A \frac{T_1 - T_2}{L}, \text{ avec } \frac{dT}{dx} = C_1$$

$$q_{\text{paroi}} = K \cdot A \frac{T_1 - T_2}{L} = 1.2 \frac{W}{m^{\circ}C} 15m^2 \frac{(120 - 50)^{\circ}C}{0.2m}$$

$$q_{\text{paroi}} = 6300W$$

Partie 2:

Conditions aux limites (C.L) :

Cas 1 : $-K \cdot \frac{dT(0)}{dx} = \frac{q_o}{A} = 40W/m^2$ et $T(0) = T_o = 15^{\circ}C$

Cas 2 : $-K \cdot \frac{dT(0)}{dx} = \frac{q_o}{A} = 40W/m^2$ et $-K \cdot \frac{dT(L)}{dx} = \frac{q_L}{A} = -25W/m^2$

Cas 3 : $-K \cdot \frac{dT(0)}{dx} = \frac{q_o}{A} = 40W/m^2$ et $-K \cdot \frac{dT(L)}{dx} = \frac{q_L}{A} = 40W/m^2$

Cas 1 :

$$\frac{dT(0)}{dx} = C_1 \Leftrightarrow C_1 = -\frac{q_o/A}{K} = -\frac{40}{1.2} = -33.33 \frac{^{\circ}C}{m}$$

$$T(0) = T_o \Leftrightarrow T_o = C_1 \cdot 0 + C_2 \Leftrightarrow T_o = C_2 = 15^{\circ}C$$

$$T(x) = -\frac{(q_o/A) \cdot x}{K} + T_o \Leftrightarrow T(x) = -33.33 \cdot x + 15$$

Cas 2 :

$$-K \cdot \frac{dT(0)}{dx} = \frac{q_o}{A} \Leftrightarrow -K \cdot C_1 = \frac{q_o}{A} \Leftrightarrow C_1 = -\frac{q_o}{A \cdot K} = -33.33^{\circ}C/m$$

et

$$-K \cdot \frac{dT(L)}{dx} = \frac{q_L}{A} \Leftrightarrow -K \cdot C_1 = \frac{q_L}{A} \Leftrightarrow C_1 = -\frac{q_L}{A \cdot K} = 20.83^{\circ}C/m$$

D'où :

$$C_1 = -\frac{q_o}{A \cdot K} = -33.33^{\circ}C/m \neq C_1 = -\frac{q_L}{A \cdot K} = 20.83^{\circ}C/m, \text{ il n'y a pas de solution dans ce cas.}$$

Cas 3 :

$$-K \cdot \frac{dT(0)}{dx} = \frac{q_o}{A} \Leftrightarrow -K \cdot C_1 = \frac{q_o}{A} \Leftrightarrow C_1 = -\frac{q_o}{A \cdot K} = -33.33^{\circ}C/m$$

et

$$-K \cdot \frac{dT(L)}{dx} = \frac{q_o}{A} \Leftrightarrow -K \cdot C_1 = \frac{q_o}{A} \Leftrightarrow C_1 = -\frac{q_o}{A \cdot K} = -33.33^{\circ}C/m$$

$$T(x) = -\frac{(q_o/A) \cdot x}{K} + C_2 \Leftrightarrow T(x) = -33.33 \cdot x + C_2$$

Ce n'est pas l'unique solution, car C_2 est arbitraire.