

Chapitre VI

L'entropie et le second principe de la thermodynamique

V.1 L'inégalité de Clausius

Pour tous les cycles qui soient moteur ou réfrigérateur, l'inégalité de Clausius suivante est vérifiée :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

On va voir la notation de cette inégalité dans le cas du cycle de la machine thermique et du réfrigérateur.

V.1.a Inégalité cycle de la machine thermique

Considérons une machine thermique fonctionnant entre deux réservoirs de chaleurs T_H et T_B

V.1.a.1 Machine réversible

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_B|}{T_B} = 0 \text{ Ou bien } \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

D'où:

$$\frac{|Q_H|}{|Q_B|} = \frac{T_H}{T_B}$$

V.1.a.2 Machine irréversible

On a :

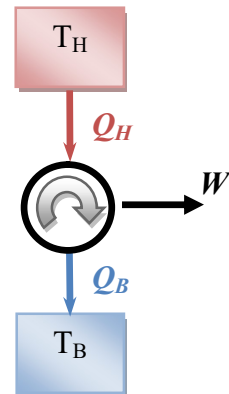
$$\eta_{irr} < \eta_{rev} \Rightarrow \left(1 - \frac{|Q_{B \text{ irrév}}|}{|Q_H|} \right) < \left(1 - \frac{|Q_{B \text{ rév}}|}{|Q_H|} \right) \Leftrightarrow |Q_{B \text{ irrév}}| > |Q_{B \text{ rév}}|$$

D'où :

$$|Q_{B \text{ irrév}}| > |Q_{B \text{ rév}}|$$

Donc :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \left(\frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_{B \text{ irrév}}|}{T_B} \right) < 0 \Leftrightarrow \oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$



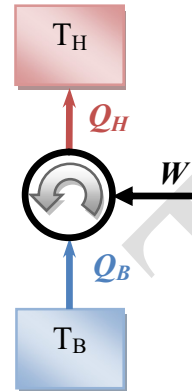
V.1.b Réfrigérateur

V.1.b.2 Réfrigérateur irréversible

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B} = -\frac{|Q_H|}{T_H} + \frac{|Q_B|}{T_B} = 0 \quad \text{Ou bien} \quad \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

D'où:

$$\frac{|Q_H|}{|Q_B|} = \frac{T_H}{T_B}$$



V.1.b.2 Réfrigérateur irréversible

$$\beta_{irr} < \beta_{rev} \Rightarrow \left(\frac{|Q_B|}{|Q_H|_{irr} - |Q_B|} \right) < \left(\frac{|Q_B|}{|Q_H|_{rev} - |Q_B|} \right) \Leftrightarrow |Q_H|_{irr} > |Q_H|_{rev}$$

D'où :

$$|Q_H|_{irr} > |Q_H|_{rev}$$

Donc :

Donc :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \left(-\frac{|Q_H|_{irr}}{T_H} + \frac{|Q_B|}{T_B} \right) < 0 \Leftrightarrow \oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

Conclusion

Pour tous les cycles, qu'ils soient moteur ou réfrigérateur.

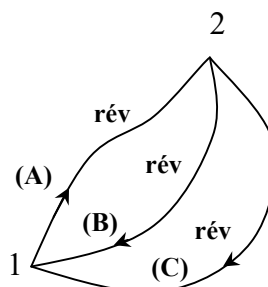
Donc :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{Cycle réversible}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad \text{Cycle irréversible}$$

V.2 L'entropie

Considérons un cycle **réversible** constitué de deux évolutions (A) et (B).



Appliquons l'inégalité de Clausius :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (I)$$

Considérons un autre cycle **réversible** constitué de la même évolution (A) et d'une autre évolution réversible (C) :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (II)$$

$$(I) - (II) \Leftrightarrow \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$\int \frac{\delta Q}{T}$ ne dépend pas du chemin suivi. On peut associer cette quantité à une variable d'état

Que l'on appellera **entropie**:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rév}} \quad \text{Unité : } \left[\frac{kJ}{K} \right] \quad (\text{variables extensives})$$

Avec :

$$s = \frac{S}{m} : \text{Entropie massique} \quad \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

Observation

Pour un système subissant un changement d'état le long d'un chemin réversible (de l'état (1) vers l'état (2))

$$S_1 - S_2 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rév}} \quad (III)$$

Remarque:

Pour pouvoir utiliser l'équation (III) $Q=f(T)$ devra être connu

Comme l'entropie est une variable d'état. La variation d'entropie entre deux états donnés est la même pour toutes les autres pour toutes les évolutions entre ces deux états quel que soit réversible ou irréversible. la relation (III) permet de calculer cette variation le long d'un chemin réversible.

V.2.a L'entropie des substances pures

Pour un mélange liquide vapeur ayant un titre x on a:

$$S = S_g(vap) + S_f(liq) \Leftrightarrow \underbrace{m}_{\text{Totale}} \underbrace{s}_{\text{liquide}} = \underbrace{m_f}_{\text{liquide}} s_f + \underbrace{m_g}_{\text{vapeur}} s_g \quad \text{Avec : } s = \frac{S}{m} \Leftrightarrow S = s \cdot m$$

$$m s \left(\frac{1}{m} \right) = \left(m_f s_f + m_g s_g \right) \left(\frac{1}{m} \right) \Leftrightarrow s = \frac{m_f}{m} s_f + \frac{m_g}{m} s_g \quad \text{Avec : } m = m_f + m_g \Leftrightarrow m_f = m - m_g$$

$$\Leftrightarrow s = \frac{m - m_g}{m} s_f + \frac{m_g}{m} s_g$$

$$\Leftrightarrow s = 1 - \frac{m_g}{m} s_f + \frac{m_g}{m} s_g$$

$$\Leftrightarrow s = (1 - x) s_f + x s_g$$

$$\Leftrightarrow s = s_f + x (s_g - s_f)$$

$$\Leftrightarrow s = s_f + x s_{fg}$$

Avec :

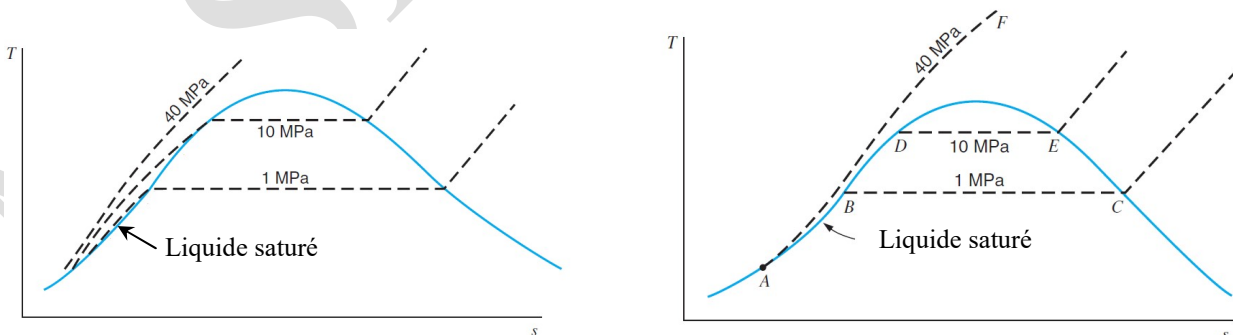
s_f : entropie spécifique du liquide saturé.

s_g : entropie spécifique de la vapeur saturée.

Pour les liquides comprimés, on confond l'entropie du liquide comprimé avec celle du liquide saturé à la même température.

$$s_{sat}(\text{même } T) = s_{com}(\text{même } T) \text{ c'est-à-dire } s = s_f(\text{même } T)$$

Le diagramme température-entropie est fréquemment utilisé en thermodynamique



V.3 Représentation du cycle de Carnot sur un diagramme T-S

V.3.1 Machine thermique de Carnot

- Évolution 1→2 : évolution d'apport de chaleur isotherme réversible (T_H)

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} \quad ((S_2 > S_1) \text{ Car } (Q_H > 0))$$

Remarque : Le système reçoit de l'énergie $\Leftrightarrow \begin{cases} W < 0 \\ Q > 0 \end{cases}$

- Évolution 2→3 : évolution de production de travail adiabatique réversible

$$S_3 - S_2 = \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{Car } (S_3 = S_2) \Rightarrow (\delta Q = 0)$$

Remarque : Dans une évolution adiabatique $\Rightarrow$ il n'y a pas d'échange de chaleur

- Évolution 3→4 : évolution de rejet de chaleur isotherme réversible (T_B)

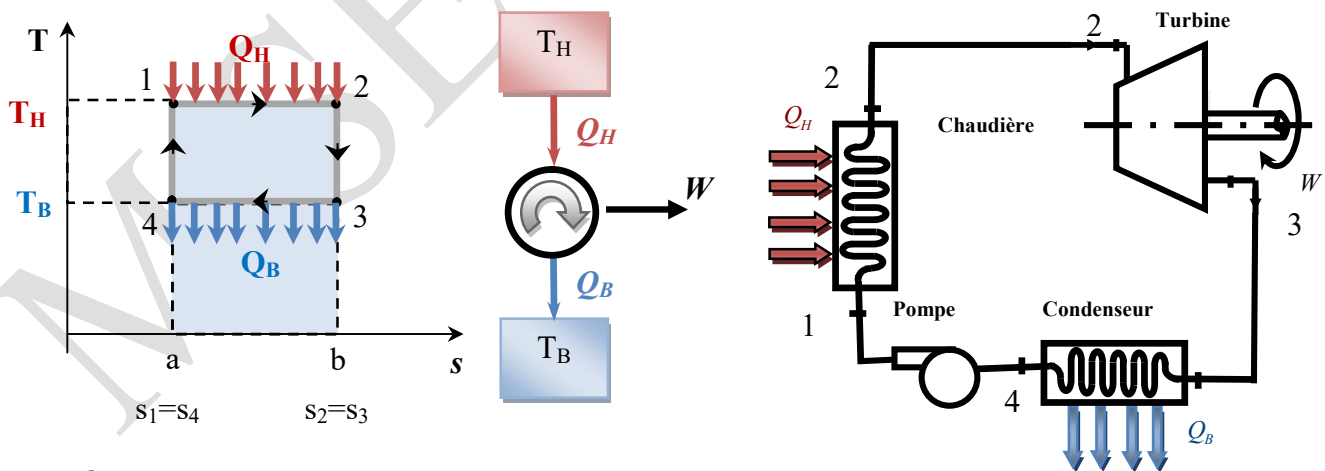
$$S_4 - S_3 = \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_B}{T_B} \quad ((S_4 < S_3) \text{ Car } (Q_B < 0))$$

Remarque : Le système cède de l'énergie $\Leftrightarrow \begin{cases} W > 0 \\ Q < 0 \end{cases}$

- Évolution 4→1 : évolution de compression adiabatique réversible

$$S_1 - S_4 = \int_4^1 \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{Car } (S_1 = S_4) \Rightarrow (\delta Q = 0)$$

Remarque : Dans une évolution adiabatique $\Rightarrow$ il n'y a pas d'échange de chaleur



On a :

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_B|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_H|}$$

Avec : $\eta < 1$

- $|Q_H| = T_H (S_2 - S_1) \rightarrow$ aire de la surface (a-1-2-b-a)
- $|Q_B| = T_B (S_3 - S_4) \rightarrow$ aire de la surface (a-4-3-b-a)
- $|W| = |Q_H| - |Q_B| \rightarrow$ aire de la surface (4-1-2-3-4)

$$\eta = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_B (S_3 - S_4)}{T_H (S_2 - S_1)} = 1 - \frac{T_B}{T_H}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_H}$$

D'où le rendement du cycle de Carnot ne dépend que de T_B et T_H .

V.3.2 Cycle de réfrigération

- Évolution 1→2 : évolution de détente adiabatique réversible

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{Car } (S_1 = S_2) \Rightarrow (\delta Q = 0)$$

Remarque : Dans une évolution adiabatique $\Rightarrow$ il n'y a pas d'échange de chaleur

- Évolution 2→3 : évolution d'apport de chaleur isotherme

$$S_3 - S_2 = \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_B}{T_B} \quad \text{Car } (S_3 > S_2) \Rightarrow (\delta Q > 0)$$

Remarque : Le système reçoit de l'énergie $\Leftrightarrow \begin{cases} W < 0 \\ Q > 0 \end{cases}$

- Évolution 3→4 : évolution de compression adiabatique réversible

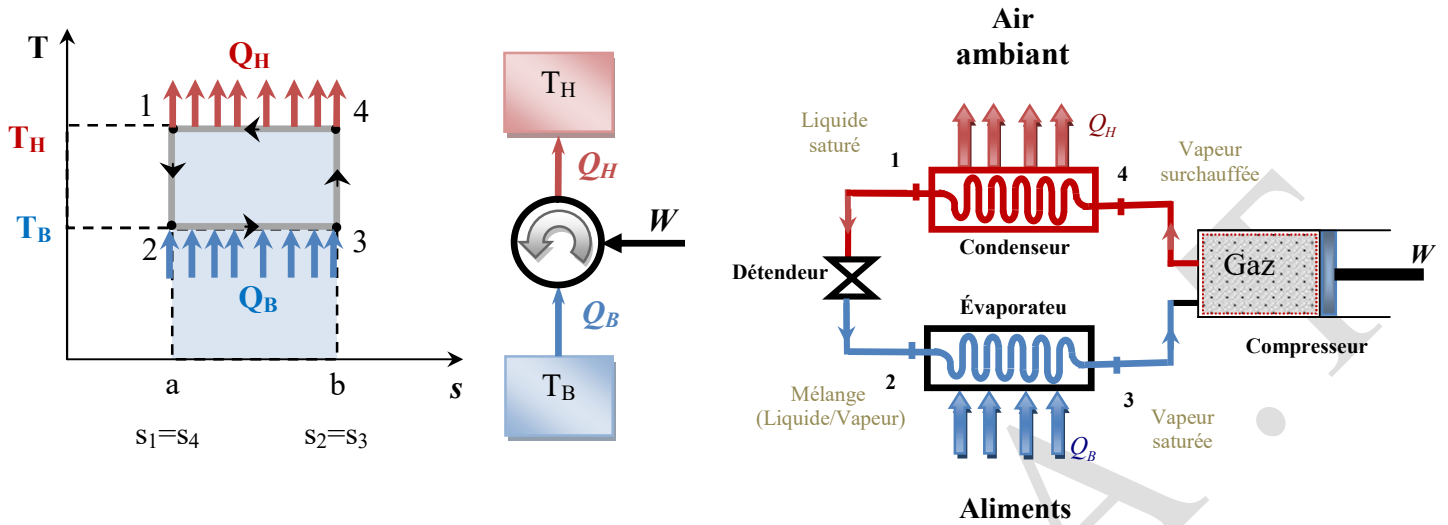
$$S_4 - S_3 = \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{Car } (S_4 = S_3) \Rightarrow (\delta Q = 0)$$

Remarque : Dans une évolution adiabatique $\Rightarrow$ il n'y a pas d'échange de chaleur

- Évolution 4→1 : évolution de rejet isotherme

$$S_1 - S_4 = \int_4^1 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} \quad \text{Car } (S_1 < S_4) \Rightarrow (\delta Q < 0)$$

Remarque : Le système cède de l'énergie $\Leftrightarrow \begin{cases} W > 0 \\ Q < 0 \end{cases}$



On a :

$$\beta = \frac{|Q_B|}{|W|} = \frac{|Q_B|}{|Q_H| - |Q_B|} = \frac{1}{\frac{|Q_H|}{|Q_B|} - 1}$$

$$|Q_H| = T_H (S_4 - S_1) \rightarrow \text{aire de la surface (1-a-b-4-1)}$$

$$|Q_B| = T_B (S_3 - S_2) \rightarrow \text{aire de la surface (2-a-b-3-2)}$$

$$|W| = |Q_H| - |Q_B| \rightarrow \text{aire de la surface (1-2-3-4-1)}$$

$$\beta = \frac{1}{\frac{|Q_H|}{|Q_B|} - 1} = \frac{1}{\frac{T_H (S_4 - S_1)}{T_B (S_3 - S_2)} - 1} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_B} - 1}$$

D'où le coefficient de performance du cycle de Carnot ne dépend que de T_B et T_H .

V.4 Relation de Gibbs

Considérons un système fermé, et appliquons le premier principe à ce système :

$$\delta Q = dU + \delta W \quad (1)$$

Pour une évolution réversible :

$$\delta Q = T dS \quad (2)$$

$$\delta W = P dV \quad (3)$$

(2) et (3) dans (1), on aura:

$$\underbrace{T dS}_{=\delta Q} = dU + \underbrace{P dV}_{=\delta W} \quad (4)$$

$$H = U + P V \Rightarrow U = H - P V \Rightarrow dU = dH - P dV - V dP \quad (5)$$

On remplace l'équation (4) dans (5) :

$$T dS = \underbrace{dH - P dV - V dP}_{=dU} + P dV \Leftrightarrow T dS = dH - V dP \quad (6)$$

Rapportées à l'unité de masse :

$$(4) \Leftrightarrow T ds = du + P dv \quad (7)$$

$$(6) \Leftrightarrow T ds = dh - v dP \quad (8)$$

Comme ces deux expressions représentent une relation entre deux variables d'état pour deux états distincts (différents) (1) et (2). Ces relations peuvent s'appliquer pour toutes les évolutions entre ces deux états, soit elle réversible ou bien irréversible.

Remarque :

- Les évolutions de changement de phase à température constante sont des évolutions intérieurement réversibles.

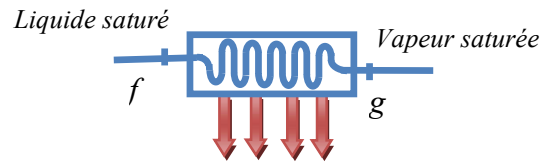
$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

- Dans le cas du changement de phase liquide saturé vers vapeur saturée, on a :

$$s_g - s_f = \frac{q_{1-2}}{T} = \frac{h_g - h_f}{T} \Leftrightarrow q_{1-2} = h_g - h_f = T(s_g - s_f)$$

Exemple :

$$\dot{Q} + \dot{m} h_f = \dot{m} h_g \Leftrightarrow \dot{Q} = \dot{m} T (s_g - s_f)$$



- Les réservoirs de chaleur sont des systèmes à température constante à chaleur spécifique infinie.

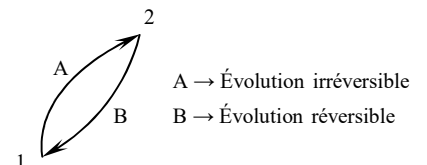
$$\begin{cases} \delta Q = \delta U \\ T ds = dU \end{cases} \Rightarrow ds = \frac{\delta Q}{T} \quad (T : \text{Température du réservoir}), \text{ avec } (w=0)$$

V.5 Variation d'entropie d'un système fermé conçu d'une évolution irréversible

Considérons un cycle constitué de deux évolutions réversibles.

L'inégalité de Clausius appliquée à ce cycle s'écrit comme suit :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \Rightarrow \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad (\text{Évolution irréversible}) \quad (9)$$



Or

$$\int_{2b}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2 \quad (10)$$

L'équation (8) dans (7) :

$$\int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 < 0 \quad S_2 - S_1 > \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T}$$

D'où :

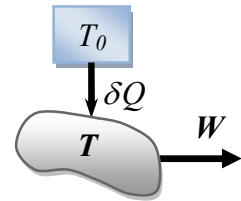
$$dS > \frac{\delta Q}{T} \quad (\text{Dans le cas d'une évolution irréversible}) \quad (11)$$

- Cette expression peut nous renseigner sur le degré de l'irréversibilité d'une évolution
- Pour les évolutions **adiabatiques irréversibles**, on a :

$$dS > 0$$

V.6 Principe de l'accroissement de l'entropie d'un système fermé

On cherche à déterminer la variation totale de l'entropie du système et son milieu extérieur (environnement)



$$(dS)_{sys} \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (12)$$

$$(dS)_{envir} = -\frac{\delta Q}{T_0} \quad (13)$$

$$(dS)_{sys} + (dS)_{envir} \geq \delta Q \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (14)$$

- Si $\delta Q > 0 \Rightarrow T_0 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{T_0} < \frac{1}{T} \Leftrightarrow \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} > 0 \Leftrightarrow \underbrace{\delta Q}_{>0} \underbrace{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}_{>0} > 0 \Leftrightarrow (dS)_{sys} + (dS)_{envir} \geq 0$
- Si $\delta Q < 0 \Rightarrow T > T_0 \Leftrightarrow \frac{1}{T} < \frac{1}{T_0} \Leftrightarrow \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} < 0 \Leftrightarrow \underbrace{\delta Q}_{<0} \underbrace{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}_{<0} > 0 \Leftrightarrow (dS)_{sys} + (dS)_{envir} \geq 0$

Les seules évolutions qui peuvent se produire sont celles pour lesquelles la variation de l'entropie du système et de son milieu extérieur est tout le temps positive où à la limite égale à zéro.

V.7 variation de l'entropie d'un gaz parfait (G.P)

Dans le cas des gaz parfaits on a :

$$P v = R T \Leftrightarrow \frac{P}{T} = \frac{R}{v}$$

$$du = C_v \cdot dT$$

$$dh = C_p \cdot dT$$

$$\delta Q = dU + \delta W \text{ ou bien } \delta q = du + \delta w$$

$$\delta q = du + \delta w \Leftrightarrow \underbrace{T ds}_{=\delta q} = du + \underbrace{P dv}_{=\delta w} \Leftrightarrow ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv$$

$$\Leftrightarrow ds = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (15)$$

Avec :

$$R = C_p - C_v \quad (16)$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} \quad (17)$$

$$R = \underbrace{k C_v}_{=C_p} - C_v \Leftrightarrow R = C_v (k - 1) \Leftrightarrow C_v = \frac{R}{k - 1} \quad (18)$$

$$\frac{C_p}{\underbrace{k}_{C_v}} = \frac{R}{k - 1} \Leftrightarrow C_p = \frac{k \cdot R}{k - 1} \quad (19)$$

V.7.a Applications aux évolutions adiabatiques réversibles des gaz parfait (G.P)

Démontrons que $p v^k = cte$

$$\text{Gaz parfait} \Rightarrow P v = R T \Rightarrow T = \frac{P v}{R} \Rightarrow dT = \frac{1}{R} (P dv + v dP) \quad (20)$$

$$\text{Adiabatique réversible} \Rightarrow dQ = 0 \Rightarrow ds = 0$$

De l'équation (15) on a:

$$\underbrace{ds}_{=0} = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \Leftrightarrow dT = -R \frac{dv}{v} \frac{T}{C_v} \quad (21)$$

$$(21) \text{ dans } (20) \Leftrightarrow -R \frac{dv}{v} \frac{T}{C_v} = \frac{1}{R} (P dv + v dP) \Leftrightarrow -\cancel{R} \underbrace{\left(\frac{\cancel{R} T}{P} \right)}_{=v} \underbrace{\left(\frac{\cancel{R}}{k - 1} \right)}_{=C_v} = \frac{1}{\cancel{R}} (P dv + v dP)$$

$$\Leftrightarrow -P dv (k - 1) = (P dv + v dP) \Leftrightarrow -k P dv + \cancel{P dv} = \cancel{P dv} + v dP$$

$$\Leftrightarrow -k P dv = v dP$$

$$\Leftrightarrow -k \frac{dv}{v} = \frac{dP}{P} \Leftrightarrow -k \ln v = \ln p \Leftrightarrow \ln v^{-k} + c = \ln p$$

$$\Leftrightarrow \ln v^{-k} + c = \ln p \Leftrightarrow v^{-k} \underbrace{e^c}_{=cte} = p \Leftrightarrow cte = p v^k$$

$$\Leftrightarrow \boxed{p v^k = cte}$$

On a :

$$P = \frac{RT}{v} \Rightarrow \frac{\overbrace{RT}^{=cte}}{v} v^k = cte \Leftrightarrow T v^{k-1} = cte$$

$$v = \frac{RT}{P} \Rightarrow P \left(\frac{RT}{P} \right)^k = cte \Leftrightarrow P \frac{R^k T^k}{P^k} = cte \Leftrightarrow (P^{1-k})^{1/k} (T^k)^{1/k} = cte^{1/k}$$

$$\Rightarrow P^{\left(\frac{1-k}{k}\right)} T^{\left(\frac{k}{k}\right)} = \underbrace{cte^k}_{=cte} \Rightarrow T P^{\left(\frac{1-k}{k}\right)} = cte$$

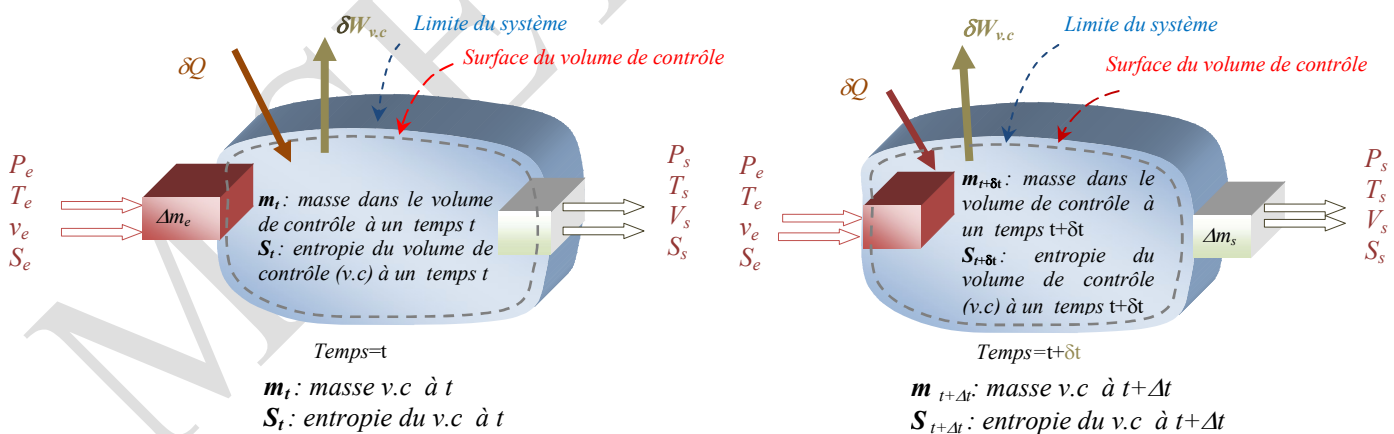
D'où :

$$P v^k = cte \quad (22)$$

$$T v^{k-1} = cte \quad (23)$$

$$T P^{\left(\frac{1-k}{k}\right)} = cte \quad (24)$$

V.8 Le second principe appliqué au volume de contrôle



Masse du système à t est égale à : $m_t + \Delta m_e$

Entropie du système à t est égale à : $S_t + s_e \Delta m_e$

Masse du système à t+Δt est égale à : $m_{t+Δt} + \Delta m_s$

Entropie du système à t+Δt est égale à : $S_{t+Δt} + s_s \Delta m_s$

$$(dS)_{sys} \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (25)$$

$$(dS)_{sys} = S_{t+\Delta t} - S_t + \Delta m_s s_s - \Delta m_e s_e \quad (26)$$

On remplace l'équation (25) dans l'équation (26), on aura :

$$\frac{S_{t+\Delta t} - S_t}{\Delta t} + \frac{\Delta m_s}{\Delta t} s_s - \frac{\Delta m_e}{\Delta t} s_e \geq \frac{\delta Q_{v.c}}{\Delta t} \frac{1}{T}$$

Si $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\left(\frac{dS}{dt} \right)_{v.c} + \dot{m}_s s_s - \dot{m}_e s_e \geq \frac{\dot{Q}_{v.c}}{T} \quad (27)$$

D'où :

$$\left(\frac{dS}{dt} \right)_{v.c} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e \geq \frac{\dot{Q}_{v.c}}{T} \rightarrow \text{Inégalité} \quad (28)$$

Remarque :

- L'égalité à lieu pour les écoulements réversibles.
- S'il n'y a aucun débit entrant et aucun débit sortant :

$$\left(\frac{dS}{dt} \right)_{v.c} \geq \frac{\dot{Q}_{v.c}}{T} \quad (29)$$

V.9 Le second principe appliqué à un écoulement en régime permanent ERP

Nous étudions maintenant l'application de l'équation du second principe pour l'évolution avec l'écoulement en régime permanent ERP, que nous avons défini à la section (IV.10).

Il n'y a aucun changement de l'entropie dans le temps par unité de masse en tout point du volume de contrôle, par conséquent le premier terme de l'équation est égale à zéro, c'est à dire :

$$\left(\frac{dS}{dt} \right)_{v.c} \cong 0 \quad (30)$$

D'où :

$$(28) \Leftrightarrow \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e \geq \frac{\dot{Q}_{v.c}}{T} \quad (31)$$

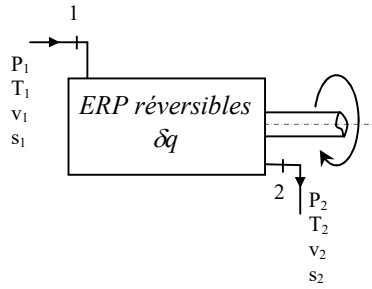
Cas particulier :

- ERP adiabatique irréversible :

$$\sum \dot{m}_s s_s \geq \sum \dot{m}_e s_e \quad (32)$$

- ERP adiabatique réversible avec un écoulement entrant et un écoulement sortant :

$$s_s = s_e \quad (33)$$

V.10 Expression du travail au cours des évolutions réversibles en ERP w_{is} 

On peut établir l'expression du travail w :

- **V.C (Volume de contrôle) $\equiv$ Système.**
- **Hypothèses :**
 - ERP (Écoulement régime permanent).
 - Conservation de la masse : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$.

- **Premier principe :**

$$\delta Q = dU + dEc + dEp + \delta W \quad (34)$$

$$\dot{Q} + \dot{m} \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} + g Z_1 \right) = \dot{m} \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} + g Z_2 \right) + \dot{W} \Leftrightarrow q = (h_2 - h)_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g (Z_2 - Z_1) + w$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\delta w = \delta q - dh - dEc - dEp} \quad (35)$$

$$\text{- Ecoulement réversible} \Leftrightarrow \delta q = T ds \quad (36)$$

$$\text{- Gibbs} \Leftrightarrow T ds = dh - v dP \Leftrightarrow dh = T ds + v dP \quad (37)$$

$$(35) \Leftrightarrow \delta W = \delta q - dh - dEc - dEp \Leftrightarrow \delta W = \underbrace{T ds}_{\delta q} - \underbrace{T ds}_{=-dh} - v dP - dEc - dEp \quad (38)$$

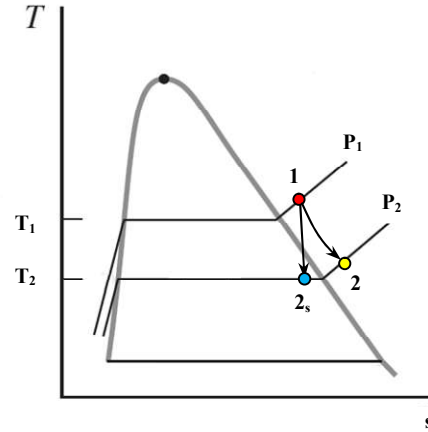
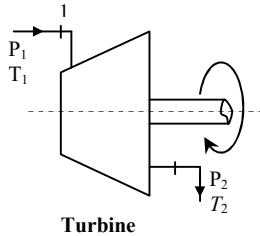
$$\boxed{w_{id} = - \int_1^2 v dP - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} - g (Z_2 - Z_1)} \quad (39)$$

Cas particulier

- ERP incompressible et réversible avec a variation de l'énergie cinétique ΔEc et l'énergie potentielle ΔEp est négligeable, tel que les pompes.
- ERP incompressible réversible sans production de travail tel que les conduites.

Dans ce qui va suivre, on va comparer l'évolution idéale et l'évolution réelle pour différents éléments constituant les **installations de productions énergétiques**

V.10.a le rendement d'une turbine



$$\eta_{turb} = \frac{\text{Le travail recueilli réellement sur l'arbre}}{\text{Le travail qui serait recueilli dans le cas d'une évolution adiabatique réversible à la même pression de sortie}} \quad (40)$$

$$\eta_{turb} = \frac{\text{Le travail réel}}{\text{Le travail isentropique}} = \frac{W_{réel}}{W_{is}} \quad (41)$$

Si la turbine est **isolée** thermiquement, ΔE_c et ΔE_p négligeables

- Le Premier principe appliqué entre 1 et 2:

$$\dot{Q} + \dot{m} \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} + g Z_1 \right) = \dot{m} \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} + g Z_2 \right) + \dot{W} \Leftrightarrow h_1 = h_2 + w_{réel}$$

$$\Leftrightarrow w_{réel} = h_1 - h_2$$

- Le Premier principe appliqué entre 1 et 2s:

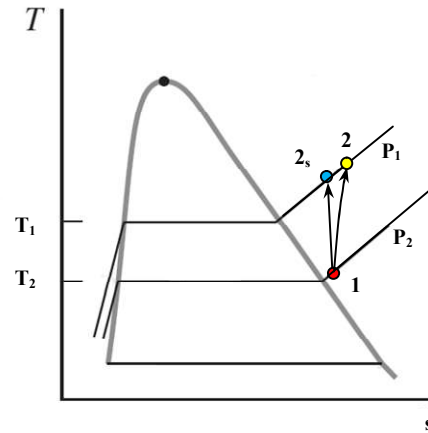
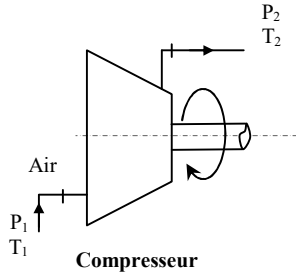
$$\dot{Q} + \dot{m} \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} + g Z_1 \right) = \dot{m} \left(h_{2s} + \frac{v_{2s}^2}{2} + g Z_{2s} \right) + \dot{W} \Leftrightarrow h_1 = h_{2s} + w_{réel}$$

$$\Leftrightarrow w_{réel} = h_1 - h_{2s}$$

D'où :

$$\eta_{turb} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad (42)$$

V.10.b le rendement d'un compresseur



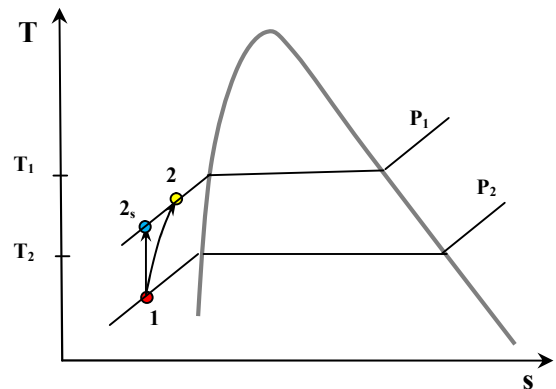
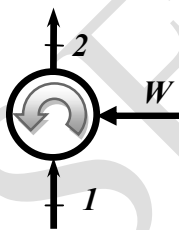
Si le compresseur est **isolé** thermiquement, ΔE_c et ΔE_p négligeables

$$\eta_{comp} = \frac{W_{is}}{W_{réel}} \quad (43)$$

D'où :

$$\eta_{comp} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} \quad (44)$$

V.10.c le rendement d'une pompe

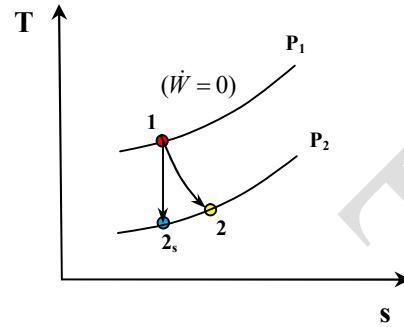
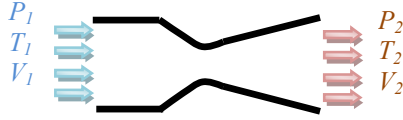


Si le compresseur est **isolé** thermiquement, ΔE_c et ΔE_p négligeables

$$\eta_{pompe} = \frac{W_{is}}{W_{réel}} \quad (45)$$

$$w_{1-2} = -v \int dp = -v(P_2 - P_1)$$

V.9.10 le rendement d'une tuyère



$$\eta_{turb} = \frac{\text{Énergie cinétique réelle à la sortie}}{\text{Énergie cinétique à la sortie à la même pression dans le cas d'un écoulement adiabatique réversible}} \quad (46)$$

$$\eta_{turb} = \frac{\frac{1}{2} \dot{m} v_2^2}{\frac{1}{2} \dot{m} v_{2s}^2} = \frac{v_2^2}{v_{2s}^2} \quad (47)$$

Si la turbine est **isolée** thermiquement, énergie potentiel **négligeables** $\Delta E_p=0$:

- Le Premier principe appliqué entre 1 et 2:

$$\dot{m} \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) = \dot{m} \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \Leftrightarrow \frac{v_2^2}{2} = h_1 + \frac{v_1^2}{2} - h_2 \quad (48)$$

- Le Premier principe appliqué entre 1 et 2s:

$$\dot{m} \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) = \dot{m} \left(h_{2s} + \frac{v_{2s}^2}{2} \right) \Leftrightarrow \frac{v_{2s}^2}{2} = h_1 + \frac{v_1^2}{2} - h_{2s} \quad (49)$$

D'où :

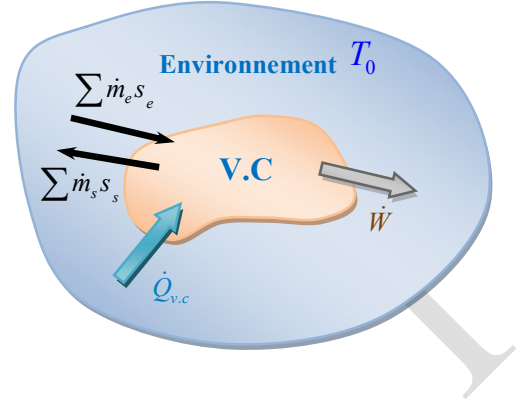
$$(47) \Leftrightarrow \eta_{pompe} = \frac{h_1 + \frac{v_1^2}{2} - h_2}{h_1 + \frac{v_1^2}{2} - h_{2s}} \quad (50)$$

Si en plus la vitesse d'entrée est négligeable :

$$\eta_{pompe} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad (51)$$

V.11 principe de l'accroissement de l'entropie pour un volume de contrôle

On considère un volume de contrôle échangeant de la masse et de la chaleur avec l'environnement. On cherche à déterminer la variation nette de l'entropie du volume de contrôle et de l'environnement.



Pour le volume de contrôle :

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{v.c} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e \geq \frac{\dot{Q}_{v.c}}{T} \quad (52)$$

Pour l'environnement:

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{env} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = -\frac{\dot{Q}_{env}}{T_0} \quad (53)$$

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{v.c} - \left(\frac{ds}{dt}\right)_{env} \geq \dot{Q}_{v.c} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

$$\text{Si } T > T_0, \dot{Q}_0 < 0, \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} < 0 \Rightarrow \dot{Q}_{v.c} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) > 0$$

$$\text{Si } T < T_0, \dot{Q}_0 > 0, \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} > 0 \Rightarrow \dot{Q}_{v.c} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) > 0 \Rightarrow \left(\frac{ds}{dt}\right)_{nette} = \left(\frac{ds}{dt}\right)_{v.c} - \left(\frac{ds}{dt}\right)_{env} \geq 0$$