Cours Milieux poreux et dispersés

Master 2 Génie des matériaux

Année universitaire 2022/2023

Réalisé par S. TOUZOUIRT

Chapitre 1 : Milieux poreux

Chapitre 2 : Broyage et fragmentation

Chapitre 3 : Ecoulement des fluides à travers un milieu poreux

Chapitre 4. Mouvement des grains dans les fluides

Chapitre 5. Sédimentation et Fluidisation

1. Ecoulement d'un seul fluide à travers un milieu poreux

Dans de nombreuses opérations industrielles un fluide s'écoute a travers une couche de particule solide (catalyseur, garnissage) ces milieux poreux sont généralement le siège de transfert de matière pour avoir une réaction chimique ou bien séparateur des produits. On trouve leur application dans les opérations suivantes:

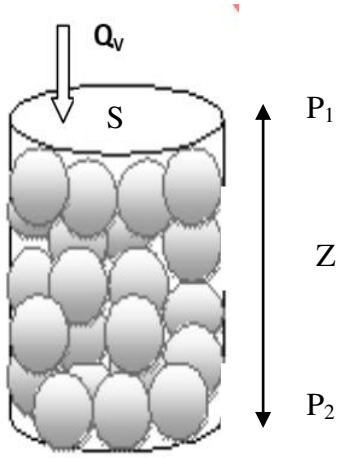
- Purification des fluides sur un lit adsorbant **(Adsorption).**
- Fractionnement des vapeurs organiques **(Cracking)**.
- Réaction chimique **(Catalyseur).**

1.1. Lois expérimentale de Darcy :

Dans la loi de DARCY la vitesse est très faible (Régime Laminaire)

La loi de Darcy telle qu'elle a été formulée par Henry Darcy en 1856. Elle exprime le débit Q d'un fluide incompressible qui s'écoule en régime stationnaire au travers d'un milieu poreux de section S et de longueur L sous l'effet d'une différence de charge ΔH.

Soit un tube dont l'aire de la section est S rempli sur une longueur Z par un milieu poreux, par exemple du sable.



DARCY a observé que le débit volumique est proportionnelle à la section de la conduite et à la différence entre les hauteurs piézométriques et inversement proportionnelle à la hauteur de la conduite et à la viscosité du fluide.

$$Q_V = \frac{\beta.S}{\eta}\frac{\Delta H}{Z}$$

Perméabilité [Darcy] (1Darcy = 0,987.10^{-12} $m^2 \cong \mu m^2$).

- **Vitesse de Darcy :**

La « vitesse de Darcy » $\vec{v}_{Darcy}$ est le rapport du débit filtrant $\vec{Q}$ par la surface filtrante S (perpendiculaire au flux). Elle est inférieure à la vitesse de pore $\vec{v}_{pores}$ avec laquelle le fluide s'écoule en moyenne au sein du milieu poreux : ces deux vitesses sont liées par la porosité utile du matériau.

$$\vec{v}_{Darcy} = \frac{\vec{Q}}{S} = \frac{\beta.S.\Delta H}{\eta.S.Z} = \frac{\beta.\Delta H}{\eta.L} = \varepsilon.\vec{v}_{pores}$$

$$\vec{v}_{Darcy} = \frac{\beta.\Delta P}{\eta.Z}$$

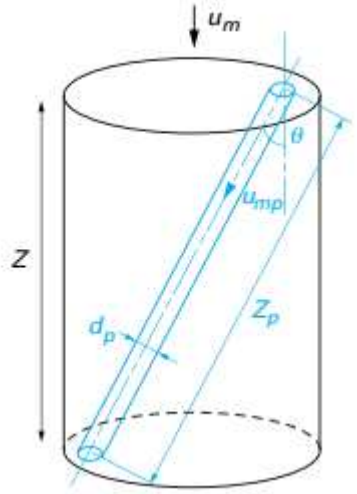
Cette relation est parfaitement vérifiée en régime laminaire, la dégradation d'énergie provenant uniquement des frottements visqueux. Si la vitesse croît, l'expression de la perte de charge se complique par l'introduction d'un terme proportionnel au carré de la vitesse moyenne, preuve d'une dégradation d'énergie par turbulence.

Pour tenir compte de ces considérations et déterminer la perte de charge en fonction de la vitesse *v* et des propriétés caractéristiques du milieu poreux, on utilise le modèle de Kozeny.

1.2. Modèle de Kozeny-Carman (Régime Laminaire)

Le milieu poreux réel, extrêmement complexe, est remplacé par un modèle simplifié, décrit mathématiquement à l'aide d'un nombre réduit de paramètres indépendants.

Le Milieux Poreux assimilé a un faisceau de pores cylindriques (un capillaire) ce qui permet d'utiliser l'équation de POISEUILLE.



On suppose que le régime d'écoulement est laminaire dans les pores. La relation de Poiseuille s'applique donc :

$$\frac{\Delta P}{Z} = \frac{128.\eta_F.Q_V}{\pi.d_p^4}$$

$$\frac{\Delta P}{Z} = \frac{128.\eta_F.S.U_F}{\pi.d_p^4} = \frac{128.\eta_F.\left(\frac{\pi.d_p^2}{4}\right).U_F}{\pi.d_p^4} = \frac{32.\eta_F.U_F}{d_p^2}$$

Dans ce cas assimilé on applique la loi de POISEUILLE aux pores de diamètre dc et de longueur Zc avec un coefficient de correction de non linéarité appelé (**γ**) :

$$\frac{\Delta P}{Z_p} = \frac{32.\gamma.\eta_F.U_F}{d_p^2}$$

Avec : γ : Facteur de correction de non linéarité (**γ** =1± 0,15)

Pour calculer($\frac{\Delta P}{Z}$) perte de charge sur longueur de MP, il faut déterminer d_p et U_p.

Calcul de d_p

Pour déterminer d_p , on suppose que :

$V_{Vide} = N_p.V_p \Rightarrow \varepsilon.V_T = N_p.\frac{\pi.d_p^2}{4}.Z_p$.....(1) et

$S_{réel} = N_p.S_p = N_p.\pi.d_p.Z_p$.....(2)

(1)/(2) $\Leftrightarrow \frac{\varepsilon.V_T}{S_{réel}} = \frac{N_p.\frac{\pi.d_p^2}{4}.Z_p}{N_p.\pi.d_p.Z_p} = \frac{d_p}{4}$

$$d_p = \frac{4\varepsilon.V_T}{S_{réel}} = \frac{4\varepsilon}{a_{lit}}$$

a_{lit} : Surface spécifique du lit ou de la couche

$a_{lit} = a_p(1-\varepsilon)$, a_p : surface spécifique de la particule

$$d_p = \frac{4\varepsilon}{a_p.(1-\varepsilon)}$$

Calcul de U_p

$Qv = N_p. Q_{vp}$

$S.U_f = N_p .Sp .T$

$S.U_f = (Np. Sp).Up$ …………………………….……………..….. **(1)**

$S.\varepsilon = N_p. S_p.T$ tel que T: est le coefficient de tortuosité

$$\cos(\alpha) = \frac{Z}{Z_C} \rightarrow Z_C = \frac{1}{\cos(\alpha)}.Z = T.Z$$

Ce qui donne : $U_p = \frac{U_f.T}{\varepsilon}$

Revenant à l'équation du système assimilé :

$$\frac{\Delta P}{Z} = \frac{32.\gamma.\eta.T\,.U_F.a_g^2.(1-\varepsilon)^2}{16.\varepsilon^3} = h_{k-c}\frac{\eta\,.a_g^2.(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}U_F$$ **; Equation de Kozeny -Carman**

1.3.Modèle de Burke –Plummer (Régime turbulent : Re > 10^3

$$\frac{\Delta P}{Z} = h_{B-P}\frac{\rho_f\,.a_g.(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2}U_f^2$$

ρ_f : Masse volumique du fluide

h_{B-P} : Constante de Burke-Plummer = 0.3±0.1

1.4.Modèle d'Ergun :

Ergun a additionné les relations de Kozeny-Carman et de Burke-Plummer pour rendre compte de l'ensemble domaine des régions d'écoulement (RL + RT)

$$\frac{\Delta P}{Z} = h_{k-c}\frac{\eta\,.a_g^2.(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}U_f + h_{B-P}\frac{\rho_f\,.a_g.(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2}U_f^2$$

2. Ecoulement d'une suspension ou Filtration

2.1.Lois générale de la filtration

Les lois de la filtration sont obtenues par application de l'équation de Darcy sur une couche élémentaire de gâteau d'épaisseur dz. En supposant que le régime est laminaire et que le gâteau est incompressible.

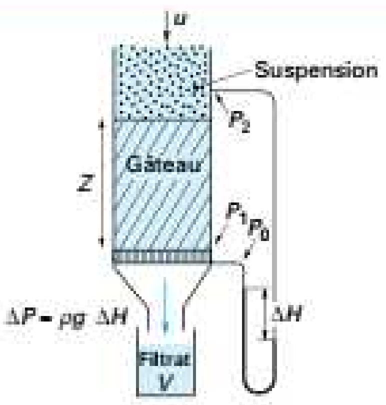
D'après DARCY

$$U = \frac{\beta.\Delta P}{\eta.Z}$$

Nous définissons la résistance du gâteau par : $R_g = \frac{Z}{\beta}$ et la perte de charge $\Delta P = \Delta P_1(Gâteau) + \Delta P_2(Membrane)$

$\Delta P_1 = \frac{\eta.Z}{\beta}U = R_g.\eta.U$ Perte de charge à travers le gâteau

$\Delta P_2 = R_m.\eta.U$ perte de charge à travers la membrane



Nous pouvons aussi définir la résistance du gâteau en fonction de la résistance spécifique des particules solidesα, telque :

$$R_g = \frac{\alpha . m}{S}$$

$\alpha = \frac{1}{\beta(1-\varepsilon)\rho}$ en appliquant la loi de Darcy

Et $\alpha = \frac{h_k a_g^2 (1-\varepsilon)\rho_l}{a^2 \rho_s}$ en appliquant la loi de Kozeny

L'équation générale de la filtration est :

$$U = \frac{\Delta P}{(R_g + R_m)\eta}$$

a) Détermination de la hauteur du gâteau

La masse de solide : $m_s = V_s . \rho_s = V.(1-\varepsilon) \rho_s$

La masse du liquide : $m_l = m_{l(g)} + m_{l(f)} = V_l . \rho_l + S.Z.\varepsilon. \rho_l$

$\frac{m_s}{m_l} = \frac{w_s}{1-w_s} = \frac{V.(1-\varepsilon)\,\rho s}{Vl\,.\rho l + S.Z.\varepsilon.\rho l}$

Supposant que le volume du liquide dans le gâteau est négligeable devant le volume du filtrat :

$$Z = \frac{w_S . \rho_l . V_f}{(1-w_s)\rho_s(1-\varepsilon).S}$$

b) Détermination du temps nécessaire pour avoir un volume de filtrat V_f

Le régime est laminaire d'après KOZENY on a:

Ou : $h_K = 4,5 \cong 5$

On a : $Q_V = S.U = \frac{dV}{dt} \Rightarrow U = \frac{dV}{S.dt}$

D'après la loi de Kozeny : $U = h_{k-c} \frac{\eta\, .a_g^2 .(1-\varepsilon)^2 \Delta P}{\varepsilon^3 Z}$

On remplaçant dans l'équation les expressions de la vitesse de Kozeny et de la hauteur Z, on obtient après intégrale à ΔP constante :

$$t = \frac{V^2 \eta . \alpha . \omega}{2S^2 \Delta P}$$

3. Filtration idéale

C'est la filtration pour laquelle les particules du gâteau sont parfaitement rigides et ne puissent être tassées quelque soit les efforts de pression appliquées au gâteau. Autrement dit, la porosité est constante sur toute l'épaisseur du gâteau.

D'après l'équation générale de la filtration on a:

$U = \frac{\Delta P}{(R_g + R_m)\eta}$, or on sait que : $U = \frac{dV}{S.dt}$

Ce qui donne $\Delta P = \frac{(R_g + R_m)\eta dV}{S.dt}$ l'équation de la filtration idéale

3.1.Filtration à débit constant (Q_V = cst)

$Q_V = \frac{dV}{dt} = cst = \frac{V}{t} \Rightarrow \Delta P = \frac{(R_g + R_m)\eta}{S} Q_V$

3.2.Filtration à pression constante (ΔP = cst)

$$\Delta P = \frac{(R_g + R_m)\eta dV}{S.dt} \Rightarrow dt = \frac{(R_g + R_m)\eta dV}{S.\Delta P}$$

Posant $\Omega = \frac{m_s}{V} \Rightarrow R_g = \frac{\alpha.\Omega.V}{S}$

L'intégrale donne :

$$t = \frac{\alpha.\eta.\Omega}{2.\Delta P.S^2}V^2 + \frac{\eta.R_m}{S.\Delta P}V$$

4. Equation de Ruth

Elle permet, pour une filtration à pression constante, d'exprimer l'inverse du débit moyen de filtrat en fonction du volume de filtrat :

$$\frac{t}{V} = \frac{\alpha.\eta.\Omega}{2.\Delta P.S^2}V + \frac{\eta.R_m}{S.\Delta P}$$

α et R_m sont déterminés par la courbe t/V = f(V)