

حلول تمارين السلسلة الأولى لمقياس إحصاء 2 (احتمالات)

حل التمرين الثالث:

(1) إيجاد الحوادث:

$$A' = \Omega - A = \{c, e\}; B' = \Omega - B = \{a, c\}; A \cup B = \{a, b, d, e\}; A \cup B' = \{a, b, d, c\};$$

$$B' \setminus A = B' - A = \{c\}; B \setminus A = \{e\}; A \cap B = \{b, d\}; A' \cap B = \{e\};$$

$$(A \cap B)' = \Omega - (A \cap B) = \{a, c, e\}; (A \cup B)' = \Omega - (A \cup B) = \{c\}.$$

(2) إيجاد الاحتمالات:

$$P(A) = \frac{3}{5}; P(B) = \frac{3}{5}; P(A') = \frac{2}{5}; P(B') = \frac{2}{5}; P(A \cup B) = \frac{4}{5}; P(A \cup B') = \frac{4}{5}; B' \setminus A = \frac{1}{5};$$

$$P(B \setminus A) = \frac{1}{5}; P(A \cap B) = \frac{2}{5}; P(A' \cap B) = \frac{1}{5}; P(A' \cap B) = \frac{1}{5}; (A \cap B)' = \frac{3}{5}; (A \cup B)' = \frac{1}{5}.$$

حل التمرين الرابع:

(1) احتمال أن يتقن إحدى اللغات:

نفرض أن إتقان اللغة الفرنسية هو الحادث A و نفرض أن إتقان اللغة الانجليزية هو الحادث B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.6 - 0.3 = 0.8.$$

(2) احتمال أن لا يتقن اللغتين الفرنسية و الانجليزية؟

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0.2$$

(3) أن يتقن اللغة الفرنسية فقط :

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.3 = 0.2$$

(4) أن يتقن اللغة الانجليزية فقط :

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.3 = 0.3$$

(5) أن لا يتقن اللغة الانجليزية علما أنه لا يتقن اللغة الفرنسية :

$$P(\bar{B} / \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

6) أن يتقن اللغة الفرنسية علما أنه يتقن اللغة الانجليزية :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$$

حل التمرين الخامس:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0.7 = 0.3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ = 0.3 + 0.7 - 0.8 = 0.2$$

$$P(A \cap B') = P(A/B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.2 = 0.1$$

الحدثان A و B غير متنافيين لأن تقاطع المجموعتين اللتين تمثلهما ليس مجموعة خالية.

حل التمرين السادس:

نفرض أن: إصابة الهدف بالطلقة الأولى هو $P(A_1) = 0.4$

إصابة الهدف بالطلقة الثانية هو $P(A_2) = 0.5$

إصابة الهدف بالطلقة الثالثة هو $P(A_3) = 0.7$

1) احتمال إصابة الهدف بطلقة واحدة: $P(A)$

$$P(A) = P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3)$$

$$P(A) = P(A_1) P(\bar{A}_2) P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1) P(A_2) P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1) P(\bar{A}_2) P(A_3)$$

$$P(A) = (0.4 * 0.5 * 0.3) + (0.6 * 0.5 * 0.3) + (0.6 * 0.5 * 0.7) = 0.36.$$

2) احتمال إصابة الهدف بطلقتين فقط هو $P(B)$

$$P(B) = P(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) + P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

$$P(B) = (0.4 * 0.5 * 0.3) + (0.4 * 0.5 * 0.7) + (0.6 * 0.5 * 0.7) = 0.41$$

3) احتمال إصابة الهدف بثلاث طلقات فقط هو $P(C)$

$$P(C) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_2) P(A_3) = 0.4 * 0.5 * 0.7 = 0.14$$

4) احتمال إصابة الهدف بطلقة واحدة على الأقل $P(D)$:

$$P(D) = P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.36 + 0.41 + 0.14 = 0.91$$

حل التمرين السابع:

ليكن A حادث سحب قميص من النوع الممتاز. لدينا إذن:

$$P(A/A_1) = 0.8 \text{ ممتاز من المصنع الأول}$$

$$P(A/A_2) = 0.6 \text{ ممتاز من المصنع الثاني}$$

$$P(A/A_3) = 0.7 \text{ ممتاز من المصنع الثالث}$$

1- حساب احتمال أن يكون القميص من النوع الممتاز:

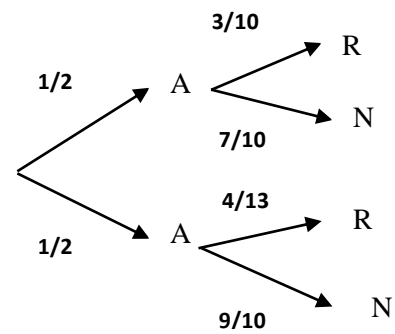
$$P(A) = P(A_1) P(A/A_1) + P(A_2) P(A/A_2) + P(A_3) P(A/A_3)$$

$$P(A) = 0.45 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.6 + 0.25 \cdot 0.7 = 0.715$$

2- احتمال أن يكون من المصنع الثاني علما أنه ممتاز:

$$P(A_2/A) = \frac{P(A_2) P(A/A_2)}{P(A)} = \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.715} = 0.251$$

حل التمرين الثامن:



1 - احتمال أن تكون حمراء

$$P(R) = P(A \cap R) + P(B \cap R) = P(A) P(R/A) + P(B) P(R/B)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{4}{13}\right) = 0.30$$

2 - احتمال أن تكون من الصندوق A إذا كانت حمراء :

$$P(A/R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A) P(R/A)}{P(R)} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{10}\right)}{0.30} = 0.5$$