حل الجزء الأول من السلسلة – 4 –

الفصل الرابع: مقاييس التشتت

التمرين (1): تبين السلسلة الزمنية التالية درجة الحرارة لشهر أفريل خلال 9 سنوات:

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
الحرارة درجات	35	4	9	2	20	18	10	14	27

المطلوب: 1)- أحسب المتوسط المناسب ؟
2)- أحسب المدى العام ؟
3)- أحسب الانحراف المعياري باستعمال العلاقة الثانية (العلاقة الموسعة) ؟

الحل:
1)- إيجاد المتوسط المناسب وهو المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{139}{9} = \mathbf{15.44°}$$

2)- حساب المدى العام:

$$E = X_{max} - X_{min}$$
$$E = 35 - 2 = 33$$

3)- حساب الانحراف المعياري باستعمال العلاقة الثانية (العلاقة الموسعة):

$$\delta_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2}$$

$$\delta_{(x)} = \sqrt{\frac{30756}{9} - (15.44)^2}$$

$$\delta_{(x)} = \sqrt{103.973} = \mathbf{10.162}$$

التمرين (2): تمثل البيانات التالية عدد الساعات التي عملها 50 عامل في مصنع ما:

الساعات	27-22	32-27	37-32	42-37	47-42	52-47	المجموع
التكرارات	9	3	10	8	12	8	50

المطلوب: 1)- أوجد المتوسط الحسابي ؟
2)- أجد التباين والانحراف المعياري باستعمال العلاقة الأولى (علاقة التعريف) ؟
3)- أوجد الوسيط بيانيا ثم حسابيا ؟

الحل:

جدول التوزيع التكراري لساعات العمل

الفئات	n_i	X_i	$n_i X_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$ni.(X_i - \bar{X})^2$	ت.ت.ص
27 - 22	9	24.5	220.5	-13.5	182.25	1640.25	9
32 - 27	3	29.5	88.5	-8.5	72.25	216.75	12
37 - 32	10	34.5	345	-3.5	12.25	122.5	22
42 - 37	8	39.5	316	1.5	2.25	18	→ 30
47 - 42	12	44.5	534	6.5	42.25	507	42
52 - 47	8	49.5	396	11.5	132.25	1058	50
المجموع	**50**	---	**1900**	---	---	**3562.5**	---

1)- إيجاد المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

$$\bar{X} = \frac{1900}{50} = \mathbf{38\ H}$$

2)- حساب التباين والانحراف المعياري باستعمال العلاقة الأولى (علاقة التعريف):
أ/- حساب التباين:

$$V(X) = \frac{\sum n_i \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sum n_i}$$

$$V(X) = \frac{3562.5}{50} = \mathbf{71.25}$$

ب/- حساب الانحراف المعياري:

$$\delta_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum n_i\,(X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}}$$

$$\delta_{(x)} = \sqrt{71.25} = \mathbf{8.44}$$

3)- إيجاد الوسيط:

$$Me = A + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - F\uparrow(n-1)}{n_{iMe}} \times K$$

رتبة الوسيط هي: $\frac{\sum ni}{2} = \frac{50}{2} = 25$

الفئة الوسيطية هي:]42 −37]

$$Me = 37 + \frac{25 - 22}{8} \times 5 = \mathbf{38.87} \approx \mathbf{39}\ \boldsymbol{H}$$

التمرين (3): لدينا السلسلة التالية تمثل التوزيع العمري لأفراد عينة تضم 200 عامل:

الفئات	25 - 20	30-25	35-30	40-35	45-40	50-45	55-50	60-55
n_i	25	45	35	30	25	20	15	5

المطلوب: 1)- حساب الوسيط ؟

2)- إيجاد المقاييس الربيعية، ثم المدى الربيعي ؟

3)- حساب معامل الاختلاف (معامل التشتت النسبي) ؟

الحل:

جدول تكراري للتوزيع العمري للأفراد

الفئات	n_i	X_i	ت.ت.ص	$n_i X_i$	X_i^2	$ni.X_i^2$
25 - 20	25	22.5	25	562.5	506.25	12656.25
30 – 25	45	27.5	70	1237.5	756.25	34031.25
35 – 30	35	32.5	→ 105	1137.5	1056.25	36968.75
40 - 35	30	37.5	135	1125	1406.25	42187.50
45 - 40	25	42.5	160	1062.5	1806.25	45156.25
50 - 45	20	47.5	180	960	2256.25	45125.00
55 – 50	15	52.5	195	787.5	2756.25	41343.75
60 – 55	5	57.5	200	287.5	3306.25	16531.25
المجموع	**200**	---	---	**7150**	---	**274000**

1)- حساب الوسيط:

$$Me = A + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - F \uparrow (n-1)}{n_{iMe}} \times K$$

رتبة الوسيط هي: $\frac{\sum ni}{2} = \frac{200}{2} = 100$

الفئة الوسيطية هي:]35 −30[

$$Me = 30 + \frac{100 - 70}{35} \times 5 = \mathbf{34.28} \approx \mathbf{34}$$ سنة

2)- إيجاد المقاييس الربيعية، ثم المدى الربيعي:

أ/- إيجاد الربيعي الأول والربيعي الثالث:

*** حساب الربيعي الأول (الأدنى):**

$$Q_1 = A + \frac{\frac{\sum n_i}{4} - F \uparrow (n-1)}{n_{iQ_1}} \times K$$

رتبة الربيعي (1) هي: $\frac{\sum ni}{4} = \frac{200}{4} = 50$

الفئة الربيعية (1) هي:]25 −30[

$$Q_1 = 25 + \frac{50 - 25}{45} \times 5 = \mathbf{27.77} \approx \mathbf{28}$$ سنة

*** حساب الربيعي الثالث (الأعلى):**

$$Q_3 = A + \frac{\frac{3\sum n_i}{4} - F \uparrow (n-1)}{n_{iQ_3}} \times K$$

رتبة الربيعي (3) هي: $\frac{3\sum ni}{4} = \frac{3\times200}{4} = 150$

الفئة الربيعية (3) هي:]40 −45[

$$Q_3 = 40 + \frac{150 - 135}{25} \times 5 = \mathbf{43}$$ سنة

ب/- إيجاد المدى الربيعي:

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

$$I_Q = 43 - 28 = \mathbf{15}$$

3)- حساب معامل الاختلاف (معامل التشتت النسبي):

$$CV = \frac{\delta_{(x)}}{\bar{X}} \times 100$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

$$\bar{X} = \frac{7150}{200} = \mathbf{35.75} \approx \mathbf{36} \text{ سنة}$$

$$\delta_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum n_i . X_i^2}{\sum n_i} - \bar{X}^2}$$

$$\delta_{(x)} = \sqrt{\frac{274000}{200} - (36)^2}$$

$$\delta_{(x)} = \sqrt{74} = \mathbf{8.60}$$

$$CV = \frac{8.60}{36} \times 100 = \mathbf{23.89}\%$$

- الأستاذة: عرقوب -