جامعة امحمد بوقرة ـ بومرداس

كلية العلوم الإقتصادية ، التجارية وعلوم التسيير

خلية الجدع المشترك

حل السلسلة الأولى

مقياس : إحصاء 2 .

السنة الأولى : LMD

المجموعة : 1 ، 2 ، 3

السنة الجامعية 2020/2019

المقياس: إحصاء 2 . السلسلة: الأولى . المجموعة: 1، 2، 3

الحل النموذجي:

التمرين 01:

01- ايجاد فراغ الحوادث الأولية Ω في تجربة القاء قطعة نقود متجانسة مرتين:

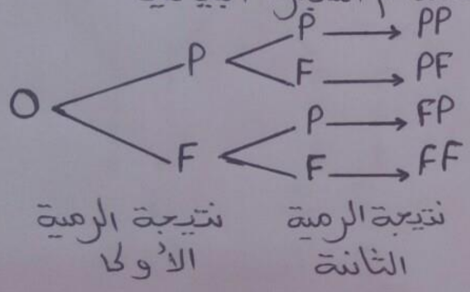
ليكن P: حدث ظهور رقم
ليكن F: حدث ظهور صورة

$$AR_n^p = n^p = 2^2 = 4$$

حيث: AR: عدد عناصر فراغ العينة

$$\Omega = \{FP, FF, PF, PP\}$$

ويمكن أيضا الحصول على فراغ العينة باستخدام الشجرة البيانية



02- ايجاد فراغ الحوادث الأولية Ω في تجربة القاء حجر نرد مرتين متتاليتين:

-يمكن تسجيل نتائج الرمية الأولى والرمية الثانية في الجدول التالي:

نتائج الرمية الأولى	نتائج الرمية الثانية					
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

* من جدول نتائج الرميتين نجد :

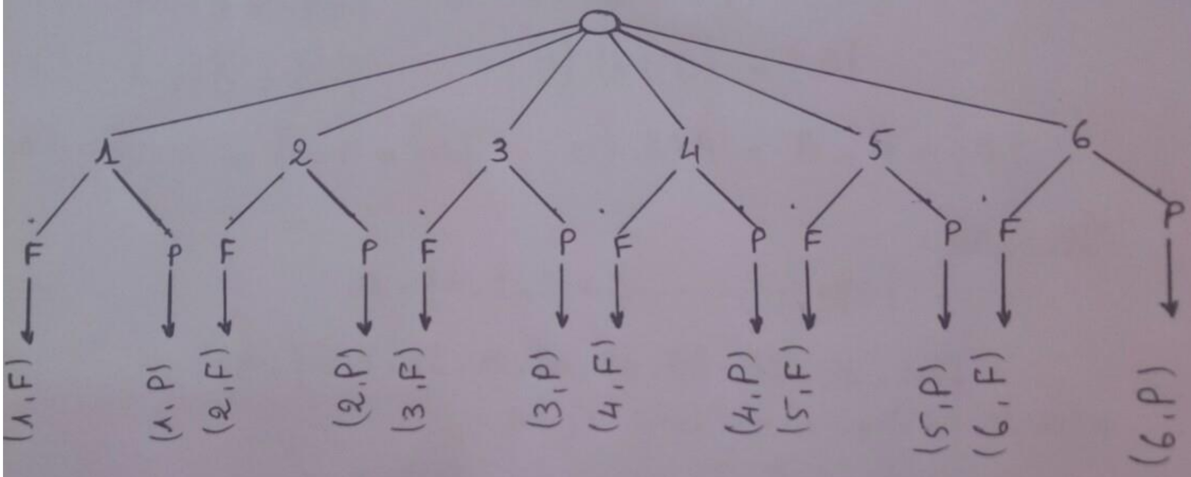
$$\Omega = \{(1,1) ; (1,2) ; (1,3) ... (6,6)\}$$

03 - عدد النتائج الممكنة لتجربة رمي حجر نرد ثم قطعة نقود :

• ان هذا السؤال يتضمن تجربة ذات مرحلتين ، يمكن تمثيل نتائجها المختلفة بشجرة بيانية إذ أن لكل مرحلة من التجربة تتضمن عدد من الفروع مساو لعدد النتائج الممكنة لتلك المرحلة ، وهكذا فلدينا ستة فروع في المرحلة الأولى ، وفرعين في المرحلة الثانية وعليه فإن عدد عناصر فضاء العينة للتجربة $Card(\Omega)$ هي :

$$Card(\Omega) = (6)(2) = 12$$

كما هو موضح في الشكل التالي :



ومنه يمكن ايجاد عناصر Ω كتالي :

$$\Omega = \{(1,F) , (1,P) , (2,F) ... (6,P)\}$$

التمرين 02 :

التجربة : رمي قطعة نقود متجانسة مرتين .

* عدد عناصر فضاء العينة :

$A_n^p = n^p = 2^2 = 4$ $\qquad \Omega = \{PP , PF , FF , FP\}$

ايجاد الحوادث :

A : حدث ظهور الصورة في الرمية الأولى $\qquad A = \{FP , FF\}$

B : حدث ظهور صورة على الأقل $\qquad B = \{PF , FP , FF\}$

C : حدث ظهور رقم في الأولى و صورة في الثانية $\qquad C = \{PF\}$

التمرين 03:

$\Omega = \{a, b, c, d, e\}$ $A = \{a, b, d\}$ $B = \{b, d, e\}$

* ايجاد الحوادث:

1) $A \cup B = \{a, b, d, e\}$

2) $\bar{A} = \{c, e\}$

3) $\bar{B} = \{a, c\}$

4) $\bar{A} \cap B = \{e\}$

5) $\bar{A} \cap \bar{B} = \{c\}$

6) $\overline{(A \cap B)} = \{a, c, e\}$

7) $(B \cap A) = \{b, d\}$

8) $(A \cup \bar{B}) = \{a, b, c, d\}$

9) $\overline{(A \cup B)} = \{c\}$

10) $\bar{B} \setminus \bar{A} = \bar{B} - \bar{A} = \{a\}$

11) $B \setminus A = B - A = \{e\}$

التمرين 04:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots, 40\}$

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

* احتمال أن تكون من مضاعفات الأربعة:

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{10}{40} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

* احتمال أن تكون من مضاعفات الخمسة:

$B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\}$

$$P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{8}{40} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

* احتمال أن تكون من مضاعفات الأربعة والخمسة:

$(A \cap B) = \{20, 40\}$

$$P(A \cap B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)} = \frac{2}{40} = \boxed{\frac{1}{20}}$$

* احتمال أن تكون من مضاعفات الاربعة أو الخمسة

$A\cup B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 5, 10, 15, 25, 30, 35\}$

$$P(A\cup B) = \frac{Card(A\cup B)}{Card(\Omega)} = \frac{16}{40} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

التمرين 05 :

* احتمال أن تكون واحدة على الأقل جيدة

$$P(A\cup B) = P(A)\cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A})\cdot P(B) + P(A)P(B)$$

حيث :

$P(A)$: احتمال أن تكون جيدة من انتاج العامل الأول $P(A) = \frac{3}{10}$

$P(B)$: احتمال أن تكون جيدة من انتاج العامل الثاني $P(B) = \frac{7}{15}$

$P(\bar{A})$: احتمال أن تكون تالفة من انتاج العامل الأول $P(\bar{A}) = \frac{7}{10}$

$P(\bar{B})$: احتمال أن تكون تالفة من انتاج العامل الثاني . $P(\bar{B}) = \frac{8}{15}$

اذن :

$$P(A\cup B) = \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{8}{15}\right) + \left(\frac{7}{15}\right)\left(\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{15}\right)$$

$$= \frac{24}{150} + \frac{49}{150} + \frac{21}{150} = \frac{94}{150}$$

$$\boxed{P(A\cup B) = \frac{47}{75}}$$

التمرين 06 :

01 - تحديد عناصر فراغ الحوادث الأولية :

ليكن : P حدث ظهور رقم

F حدث ظهور صورة

$$A_n^p = n^p = 2^2 = 4$$

اذن :

$$\Omega = \{PP, PF, FF, FP\}$$

A : حدث الحصول على وجهين متشابهين $A = \{PP, FF\}$

B : حدث الحصول على صورة واحدة على الأقل $B = \{PF, FP, FF\}$

C : حدث الحصول على صورة في الرمية الأولى $C = \{FP, FF\}$

* هل الحوادث مستقلة ثنائية ؟ :

$P(A) = \frac{2}{4}$ $\quad P(B) = \frac{3}{4}$ $\quad P(C) = \frac{2}{4}$

وعليه :

$$P(A\cap B) = \frac{1}{4} \neq P(A)\cdot P(B) = \frac{3}{8}$$

ومنه يكون A و B حدثان غير مستقلان

$$*P(A\cap C)=\frac{1}{4}=P(A)\cdot P(C)=\frac{1}{4}$$

ومنه يكون A و C حدثان مستقلان

$$*P(B\cap C)=\frac{2}{4}\neq P(B)\cdot P(C)=\frac{3}{4}$$

ومنه يكون B و C حدثان غير مستقلان.

التمرين 07:

* مادام السحب على الترتيب نستعمل الترتيبة $A_n^p=\frac{n!}{(n-p)!}$

1 - احتمال أن تكون 4 كرات بيضاء:

$$P(B)=\frac{A_9^4}{A_{20}^4}=\frac{\frac{9!}{(9-4)!}}{\frac{20!}{(20-4)!}}=\boxed{0{,}026}$$

2 - احتمال أن نحصل على كرة واحدة من اللون الأسود:

لا يوجد في الصندوق كرة سوداء إذا حدث مستحيل $P(N)=0$

3 - احتمال أن نحصل على 2 حمراء و 2 بيضاء:

$$P(R_2\cap B_2)=\frac{A_5^2\times A_9^2}{A_{20}^4}=\boxed{0{,}01238}$$

4 - احتمال أن نحصل على كرة واحدة على الأقل بيضاء:

$$P(B\geqslant 1)=\frac{A_9^1\times A_{11}^3+A_9^2\times A_{11}^2+A_9^3\times A_{11}^1+A_9^4}{A_{20}^4}=\boxed{0{,}2184}$$

5 - احتمال أن نحصل على الأكثر كرتين من اللون الأصفر:

$$P(J\leqslant 2)=\frac{A_6^2\times A_{14}^2+A_6^1\times A_{14}^3+A_6^0\times A_{14}^4}{A_{20}^4}=\boxed{0{,}3662}$$

التمرين 08:

لكي تكون الدالة تشكل فضاء إحتمالي لا بد من توفر الشرطين

$$\sum P_i=1 \quad \text{و} \quad 1\geqslant P_i\geqslant 0$$

1) - الدالة الأولى:

- الشرط الأول محقق $1 \geq P_i \geq 0$

- الشرط الثاني غير محقق إذا الدالة الأولى لا تعين فضاء احتمالي

$$\sum P_i = \frac{77}{60}$$

2) - الدالة الثانية:

- الشرط الأول غير محقق $P_2(X_4) = -\frac{1}{4}$

اذن الدالة الثانية لا تعين فضاء احتمالي.

3) - الدالة الثالثة:

- الشرط الأول محقق $1 \geq P_i \geq 0$

- الشرط الثاني غير محقق $\sum P_i = \frac{11}{8}$

لا تعين فضاء احتمالي.

4) - الدالة الرابعة:

- الشرط الأول محقق $1 \geq P_i \geq 0$

- الشرط الثاني محقق $\sum_{i=1}^{4} P_i = 1$

اذا الدالة الرابعة هي التي تعين فضاء احتمالي.

التمرين 09:

$$Card(\Omega) = A_6^2 = 6^2 = 36$$

1 - A: حدث ظهور العدد 5 على قطعة النرد الأولى والمجموع يساوي 10 أو أكثر.

$$A = \{(5,5), (5,6)\}$$

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{2}{36} = \boxed{\frac{1}{18}}$$

2 - B: حدث ظهور العدد 5 على قطعة نرد واحدة على الأقل والمجموع يساوي 10 أو أكثر.

$$B = \{(5,5), (5,6), (6,5)\}$$

$$P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{3}{36} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

-6-

التمرين 10 :

$P(A_1) = 0{,}7 \qquad P(A_2) = 0{,}5$

1 - احتمال أن يسجل الهدف بقذفة واحدة على الأقل :

$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(A_2)$

$= (0{,}7 \times 0{,}5) + (0{,}3 \times 0{,}5) + (0{,}7 \times 0{,}5)$

$= 0{,}85$

2 - احتمال أن يسجل الهدف بقذفة واحدة فقط :

$P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = (0{,}7 \times 0{,}5) + (0{,}3 \times 0{,}5)$

$= 0{,}5$

التمرين 11 :

$P(V) = \frac{1}{2} \quad , \quad P(P) = \frac{3}{10} \quad , \quad P(N) = \frac{1}{5}$

1 - تحديد فراغ التجربة الاحتمالية :

$\text{Card}(\Omega) = (3)(3) = 9$

$\Omega = \{(V,V) ; (V,P) ; (V,N) ; (P,V) ; (P,P) ; (P,N) ; (N,V) ; (N,P) ; (N,N)\}$

2 - احتمال حدوث فوز على الأقل :

$P(V \geq 1) = P(V) \cdot P(V) + P(V) \cdot P(P) + P(V) \cdot P(N) + P(P) \cdot P(V) + P(N) \cdot P(V)$

$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}75$

التمرين 12 :

$P(A/B) = \frac{1}{4} \quad , \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad , \quad P(A) = \frac{3}{8}$

* $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \boxed{\frac{1}{8}}$
* $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$
* $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \boxed{\frac{5}{8}}$
* $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \boxed{\frac{3}{8}}$

$$* \; P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$$
$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$* \; P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B})$$
$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{3}{8} - \frac{1}{2} = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

ومنه :

$$P(A \cup \bar{B}) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{5}{8}}$$

التمرين 13 :

1- الاحتمال الكلي :

01- احتمال أن يكون رجل :

$$P(H) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i) \cdot P(H/A_i)$$
$$= P(A) \cdot P(H/A) + P(B) \cdot P(H/B) + P(C) \cdot P(H/C)$$
$$= \frac{28}{68}\left(\frac{13}{28}\right) + \frac{30}{68}\left(\frac{22}{30}\right) + \frac{10}{68}\left(\frac{10}{10}\right) = \boxed{\frac{45}{68}}$$

02- احتمال أن تكون امرأة :

$$P(F) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i) \cdot P(F/A_i)$$
$$= P(A) \cdot P(F/A) + P(B) \cdot P(F/B) + P(C) \cdot P(F/C)$$
$$= \frac{28}{68}\left(\frac{15}{28}\right) + \frac{30}{68}\left(\frac{8}{30}\right) + \frac{10}{68}\left(\frac{0}{10}\right) = \boxed{\frac{23}{68}}$$

03- احتمال أن يكون الذي نزل من الحافلة B :

* قانون احتمال بايز :

$$P(B/H) = \frac{P(B) \cdot P(H/B)}{\sum_{i=1}^{3} P(A_i) \cdot P(H/A_i)}$$

$$= \frac{\frac{30}{68}\left(\frac{22}{30}\right)}{\frac{45}{68}} = \boxed{\frac{22}{45}}$$

04- احتمال أن تكون امرأة علما أنها من الحافلة A :

$$P(F/A) = \frac{P(F\cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{15}{68}}{\frac{28}{68}} = \boxed{\frac{15}{28}}$$

التمرين 14 :

- نسمي الحدث A النوع الممتاز.

لدينا : $P(H_1) = 0.45 \quad ; P(H_2) = 0.3 \quad ; P(H_3) = 0.25$

$P(A/H_1) = 0.8 \quad ; P(A/H_2) = 0.6 \quad ; P(A/H_3) = 0.7$

1- احتمال أن يكون من النوع الممتاز :

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) \cdot P(A/H_i)$$

$$= P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2) + P(H_3) \cdot P(A/H_3)$$

$$= (0.45)(0.8) + (0.3)(0.6) + (0.25)(0.7)$$

$$P(A) = \boxed{0.715}$$

2- احتمال أن يكون من المصنع الثاني علما أنه ممتاز :

$$P(H_2/A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A/H_2)}{P(A)} = \frac{0.3\,(0.6)}{0.715} = \boxed{0.2517}$$