

L'électrotechnique est la partie de la physique qui regroupe les technologies de :

Production, Transport, Transformation, et Exploitation (ou Consommation) de L'**Energie Electrique** (en **Joules**).
L'énergie existe sous plusieurs formes : chaleur (thermique), chimique, lumineuse (hv), potentielle (mgh), nucléaire, mécanique..... elle se **transforme**, d'une forme à une autre.

L'énergie dépend du temps : La quantité d'énergie par unité de temps s'appelle la **Puissance (Watts)** = $P = W / t$

Chaque transformation est source de pertes qui s'exprime par un **rendement** énergétique:

$$\eta = \frac{\text{puissance utile}}{\text{puissance totale consommée}} = \frac{P_u}{P_t = P_u + \text{Pertes}} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \text{Pertes}}{P_1} = \frac{P_{out}}{P_{in}} < 1$$

La puissance utile est la puissance fournie par le système pour utilisation.

Une puissance **électrique** est toujours le produit d'un **Courant I** (en Ampères) avec une **Tension U** (en Volts), le tout multiplié par un **facteur de puissance k** (sans dimension, $0 < k < 1$).

$$P_{elec} = U.I.k$$

Régime Continu (DC ou =)

C'est lorsqu'on utilise des générateurs de tension ou de courant continus :

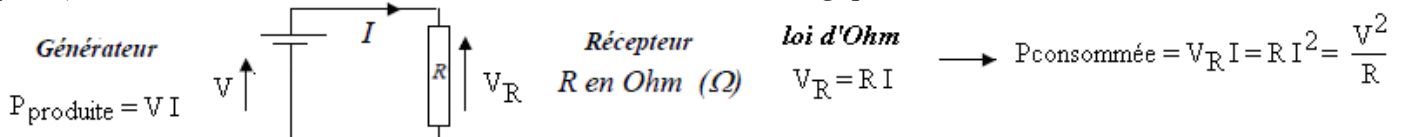
les piles, accumulateurs, batteries, génératrices à CC, dynamos...

Les tensions et courants ne dépendent pas du temps, la seule chose qui les caractérise est leur **valeur moyenne**.

Puissance électrique en régime continu

En régime continu le facteur de puissance k vaut 1.

Le seul effet conséquent de l'action d'une tension continu sur un récepteur est la résistance au courant. Le récepteur (passif) existant est alors la résistance, dont le fonctionnement est régi par la **loi d'Ohm** :



Comme l'énergie (et donc la puissance) ne se perdent pas (on dit qu'elles sont conservatives), l'énergie produite est égale à l'énergie consommée : $P = V.I = V_R.I = R.I^2$ puisque $V_R = R.I$ aux bornes de la résistance.

La puissance électrique produite par la source est consommée par la résistance sous forme de **chaleur** (dissipation chaleur = **effet Joule**).

Régime alternatif sinusoïdales (AC ou ~)

L'énergie électrique est produite par des machines en alternatif sinusoïdale. C'est en régime sinusoïdal qu'on peut transporter l'énergie électrique sous très haute tension **HT** grâce à l'utilisation des transformateurs. Pour la même énergie transportée, en HT (donc faible courant) les pertes joules (proportionnelle à I^2) sont minimisées.

Nature des tensions et courants = en électrotechnique elles sont sinusoïdales

Une grandeur sinusoïdale (tension, courant....., signal) est périodique :

$$s(t) = S_{\max} \cdot \sin(\omega.t + \varphi) = s(t + n.T), \quad n \text{ entier qq}$$

T = période en secondes (s), $f = 1 / T$ = fréquence en Hertz (Hz), $S_{\max}$ = amplitude du signal, $\omega =$ pulsation $2\pi f$
 $\omega t + \varphi$ = phase instantanée, φ = phase à l'origine des temps = la phase = déphasage

la valeur moyenne est définie par $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$ et représente la composante continu du signal

$$\text{mais on exprime en général un signal par sa valeur efficace } S_{eff} = S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt} = \frac{S_{\max}}{\sqrt{2}}$$

(car la valeur moyenne d'un signal sinusoïdal pur est nulle)

NB : La valeur efficace d'un courant alternatif est celle qui produit la même puissance consommée par effet Joule qu'un courant continu de même valeur. Donc, la formulation des puissances sera la même en alternatif et en continu sous réserve **d'utiliser la valeur efficace** (vraie) dans tous les cas.

- attention cette valeur efficace remarquable est limitée au cas particulier des signaux sinusoïdaux.

- Nombres complexes rappel

Soit $\bar{z} \in \mathbb{C}$, $\mathbb{C}$ étant l'espace en deux dimensions des nombres complexes, on peut écrire :

$\bar{z} = x + i y$ avec i le nombre complexe unité tel que $i^2 = -1$.

On préfère, en électricité, et pour ne pas confondre i avec un courant, écrire

$\bar{z} = x + j y$ avec j le nombre complexe unité.

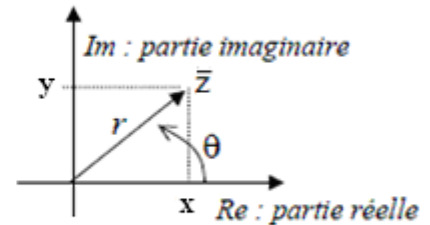
On représente les nombres complexes dans un plan complexe :

- La norme (ou module) du complexe $\bar{z}$ s'écrit : $r = |\bar{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

- La projection du module sur les axes donne : $x = r \cdot \cos \theta$ et $y = r \cdot \sin \theta$

- D'où l'écriture polaire du nombre complexe,

$$\bar{z} = x + j y = r(\cos \theta + j \sin \theta) = r \cdot e^{j\theta} \quad - \theta \text{ est appelé l'argument de } \bar{z} = \arg \bar{z} = \arctg y/x$$



Remarque :

Les analogues des amplitudes et phase (écriture réelle) sont module et argument (écriture complexe)

Spécificité de l'électrotechnique, convention

En alternatif sinusoïdal, les grandeurs dépendent du temps. En électrotechnique on considère la **tension** d'alimentation $u(t)$ (ou $v(t)$) **comme** étant à l'origine des phases (**référence**) c'est à dire que $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ et donc le courant $i(t)$ correspondant traversant un dipôle $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$ avec $\varphi > 0$

Il faut bien comprendre que pour représenter une grandeur sinusoïdale, il suffit, à **fréquence constante**, de **connaître son amplitude et sa phase**.

En électrotechnique, l'écriture sous **forme complexe** des courants et des tensions permet de ne les caractériser que par ces deux grandeurs (**modul et argument**) et non plus en fonction du temps :

Grandeurs réelles (temporelles)

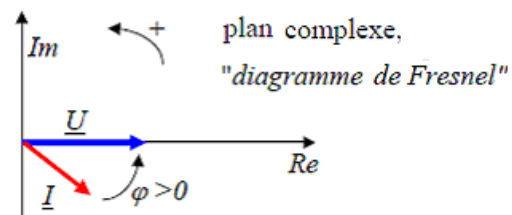
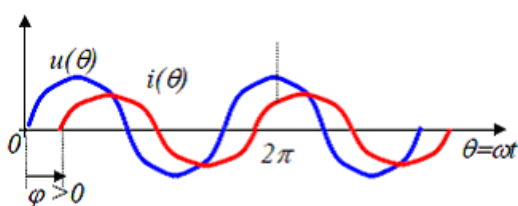
$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = U \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi) = I \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

Ecriture complexe des grandeurs tension et courant

$$\bar{u} = U \sqrt{2} \cdot e^{j\omega \cdot t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega \cdot t} \quad \text{avec } \bar{U} = U$$

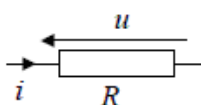
$$\bar{i} = I \sqrt{2} \cdot e^{j(\omega \cdot t - \varphi)} = I \cdot e^{j\varphi} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega \cdot t} = \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega \cdot t} \quad \text{avec } \bar{I} = I \cdot e^{-j\varphi}$$



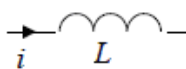
Application aux récepteurs électriques

Les effets conséquents de l'action d'une tension sinusoïdale sur un récepteur sont de 3 natures : résistif, inductif et capacitif. Il existe alors 3 types de dipôle (récepteurs) correspondant. A chacun de ces dipôles correspond une relation liant la tension à ses bornes et le courant qui le traverse.

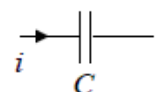
Les relations générales courant tension sont définis par:



Résistance : $u(t) = R \cdot i(t)$



Inductance : $u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ L en Henry (H)



Condensateur : $u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

En utilisant l'écriture complexe, ces relations deviennent :

Résistance : $\bar{u} = R \cdot \bar{i} = R \cdot \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \rightarrow \bar{U} = R \cdot \bar{I}$ modul $U = R I$
 avec $\bar{U} = U$ et $\bar{I} = I e^{j\varphi}$ argument $\varphi = 0$

Inductance : $\bar{u} = L \cdot \frac{d}{dt} \bar{i} = L \cdot \frac{d}{dt} \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = j \cdot L \cdot \omega \cdot \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \rightarrow \bar{U} = j \cdot L \cdot \omega \cdot \bar{I}$ modul $U = L \cdot \omega I$
argument $\varphi = +90^\circ$

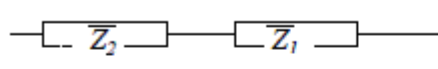
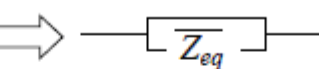
Condensateur : $\bar{u} = \frac{1}{C} \int \bar{i} dt = \frac{1}{C} \int \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \frac{1}{j \cdot C \cdot \omega} \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \rightarrow \bar{U} = \frac{1}{j \cdot C \cdot \omega} \bar{I}$ modul $U = \frac{I}{C \cdot \omega}$
argument $\varphi = -90^\circ$

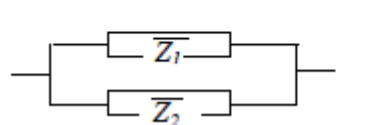
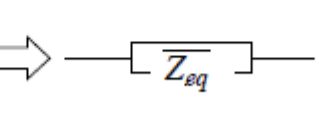
La grandeur notée $\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$ est appelée **impédance** $\rightarrow \bar{Z}_R = R ; \bar{Z}_L = j L \omega ; \bar{Z}_C = \frac{1}{j C \omega} = -\frac{j}{C \omega}$

Règles d'association d'impédances

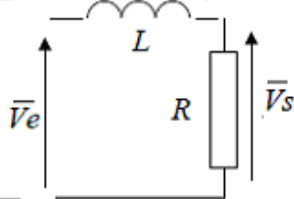
C'est le grand intérêt de l'écriture complexe, elles sont les mêmes que celles des résistances.

On retiendra de façon générale :

 $\longleftrightarrow$  Série : $\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$

 $\longleftrightarrow$  Parallèle : $\bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$

- Exemple 1** : Connaissant la tension d'entrée, déterminer toutes les autres grandeurs.



L'équation de maille, en notation complexe, qui lie $\bar{V}_s$ à $\bar{V}_e$ est :

$$\begin{aligned} \bar{V}_e &= j L \omega \bar{I} + R \bar{I} \\ \bar{V}_s &= R \bar{I} \end{aligned}$$

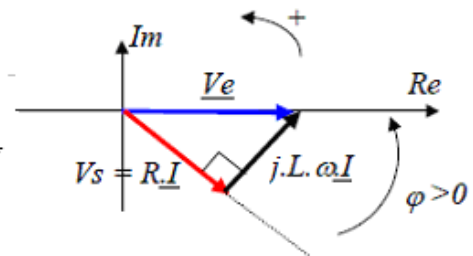
D'où $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} = \frac{R}{1 + j L \omega / R}$ donc : $V_s = R \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$ et $\varphi = \text{Arg}(V_s) = -\text{Arctan}(L\omega/R)$

On peut également représenter le diagramme de Fresnel associé à cette maille :

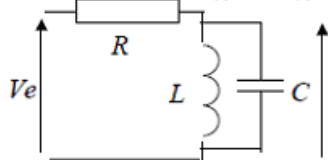
L'application du théorème de Pythagore donne directement :

$$V_e^2 = (RI)^2 + (L\omega I)^2 \quad \text{d'où} \quad I = \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \quad \text{et} \quad V_s = R \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$$

On remarque aussi que $\tan(\varphi) = L\omega/R$ d'où $\varphi = \text{Arctan}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$



- Exemple 2** : Déterminer la relation liant $V_s(t)$ à $V_e(t)$ dans le circuit suivant :



Pour cela, on va calculer $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} = \frac{(L//C)}{(L//C) + R}$

sachant que l'impédance de $L//C$ est : $(L//C) = \frac{j \cdot L \cdot \omega}{1 + L \cdot C \cdot (j\omega)^2} = \frac{j \cdot L \cdot \omega}{(1 + L \cdot C \cdot (j\omega)^2)R + j \cdot L \cdot \omega} = \frac{j \cdot L \cdot \omega}{1 + j \cdot \frac{L}{R} \omega + L \cdot C \cdot (j\omega)^2}$

En calculant le module de $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e}$ on obtient le rapport des modules de $V_s(t)$ et de $V_e(t)$: Ainsi : $V_s = V_e \cdot \frac{L\omega}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (\frac{L}{R}\omega)^2}}$

Pour la phase, il suffit de calculer l'argument de $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e}$: $\varphi = \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}\left(\frac{L\omega}{R(1 - LC\omega^2)}\right)$

Puissance électrique en alternatif sinusoïdal

En convention récepteur:

$P > 0$ correspond à une **puissance consommée** par le dipôle

$P < 0$ correspond à une **puissance fournie** par le dipôle

NB : en convention générateur c'est l'inverse

La Puissance instantanée est définie par $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

C'est à dire : $p(t) = V_{\max} \cdot \sin(\omega t) \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = V_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

Or : $\sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \sin \omega t \cdot [\sin \omega t \cos \varphi + \sin \varphi \cos \omega t] = \sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi$

Mais $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \rightarrow \sin^2 x = (1 - \cos 2x) / 2$

Et $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

D'où $\sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin 2\omega t \sin \varphi$

$= \frac{1}{2} [\cos \varphi - (\cos 2\omega t \cos \varphi + \sin 2\omega t \sin \varphi)] = \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos (2\omega t - \varphi)]$

Ainsi : $p(t) = V_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos (2\omega t - \varphi)]$ d'où en utilisant les tensions et courants efficaces :

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos(\varphi) + V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

Puissance active

C'est la **valeur moyenne** de la puissance instantanée, c'est à dire : $P = \langle p(t) \rangle = V \cdot I \cdot \cos \varphi$ (en W)

= produit scalaire de $\underline{V}$ et de $\underline{I}$ = projection de $\underline{I}$ sur $\underline{V}$ = la partie "active" du courant.

Facteur de puissance

En alternatif sinusoïdal, le facteur de puissance est défini par $k = \cos \varphi$; NB : $\cos \varphi \in [0, 1]$

Puissance fluctuante : C'est la partie variable de $p(t)$: $P_f(t) = V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$

Puissance réactive

Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal. On définit la puissance réactive comme celle due à la partie "réactive" du courant, c'est à dire à $I \cdot \sin \varphi$. Son unité est le Volt ampère Réactif (VAR). On retiendra la formule de cette puissance qu'on nomme classiquement Q : $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$ (en VAR)

Puissance apparente

Les grandeurs $v(t)$ et $i(t)$ étant périodiques, on les caractérise par leurs valeurs efficaces V et I.

On définit alors la puissance apparente comme la grandeur nommée S : $S = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = V \cdot I$ (en VA)

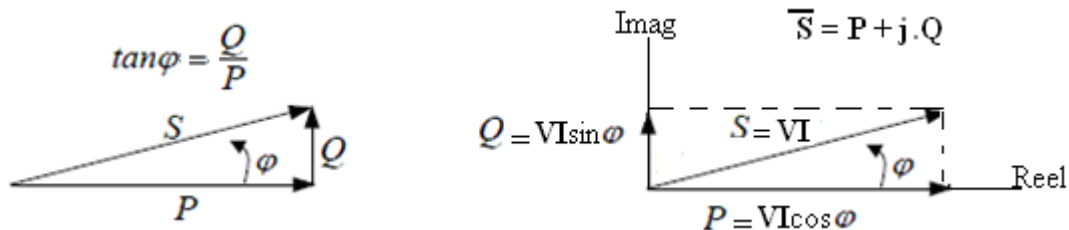
NB : Cette puissance est souvent appelée "puissance de dimensionnement", elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est à dire des dimensions des appareillages.

D'où $k = P/S = \cos \varphi$

Relations entre P, Q et S

Notons que : $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$, $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$ et $S = V \cdot I$ d'où : $P^2 + Q^2 = S^2$

Cette formulation fait apparaître une relation graphique qu'on appelle **triangle des puissances** :



Résumé valable uniquement en régime sinusoïdal :

$$\begin{aligned} P &= V \cdot I \cdot \cos \varphi & S &= V \cdot I = P^2 + Q^2 & \text{où} & V = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} & \text{et} & I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \\ Q &= V \cdot I \cdot \sin \varphi & k &= \frac{P}{S} = \cos \varphi & \tan \varphi &= \frac{Q}{P} \end{aligned}$$

NB : - Il faut bien comprendre que ces formules, bien que très souvent rencontrées en électrotechnique, représentent un cas particulier de calcul de puissances en régime sinusoïdal pur.

- Le facteur de puissance, par exemple, souvent appelé directement "cos phi" n'est plus du tout égal à cette valeur dès lors que les tensions ou les courants ne sont pas sinusoïdaux.

Puissance apparente complexe

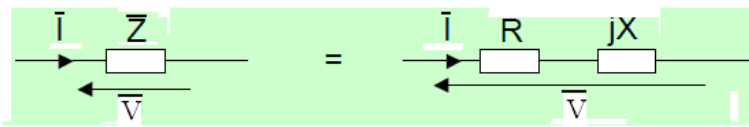
Pour relier toutes ces grandeurs en régime sinusoïdal, on fait apparaître la **puissance apparente complexe** :

$$\bar{S} = P + j.Q = V I \cos \varphi + j.V I \sin \varphi = V I e^{j\varphi} = \bar{V} \bar{I}$$

Résumé des puissances fournies par les différents récepteurs en régime alternatif sinusoïdal

- Application : puissances des dipôles passifs linéaires

En régime sinusoïdal, un dipôle passif linéaire est caractérisé par son impédance complexe



Loi d'Ohm

$$\bar{V} = \bar{Z} \bar{I}$$

$$\bar{Z} = R + jX$$

Avec : R la résistance (en Ω)

X la réactance (en Ω)

$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I} = \bar{Z} I^2 = R I^2 + j X I^2 \rightarrow P = R I^2 : \text{Loi de Joule}$$

$$Q = X I^2$$

Remarque : Q et X ont le même signe. On peut donc classer les dipôles en trois catégories :

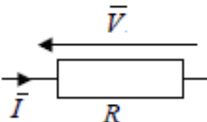
$X = 0$ $Q = 0$: dipôle résistif ($\varphi = 0^\circ$)

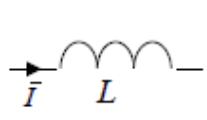
$X > 0$ $Q > 0$: dipôle inductif ($0^\circ < \varphi < +90^\circ$)

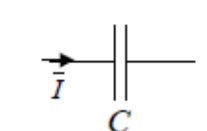
$X < 0$ $Q < 0$: dipôle capacitif ($-90^\circ < \varphi < 0^\circ$)

NB : On observe que les résistances sont les seuls récepteurs passifs à consommer de la puissance active, les inductances sont les seules à consommer de la puissance réactive et les capacités les seules à en produire.

Puissances consommées par les dipôles passifs élémentaires (en convention récepteur)

Résistance  $\bar{S} = \bar{V} \bar{I} = R I^2 = V^2/R$ $\varphi = 0$ $P = R I^2 = V^2/R$
 $Q = 0$ Une résistance ne consomme pas de puissance réactive.

Inductance  $\bar{S} = \bar{V} \bar{I} = j L \omega I^2 = j V^2/L \omega$ $\varphi = +90^\circ$
 $P = 0$ La bobine ne consomme pas de puissance active.
 $Q = L \omega I^2 = V^2/L \omega$ La bobine consomme de la puissance réactive.

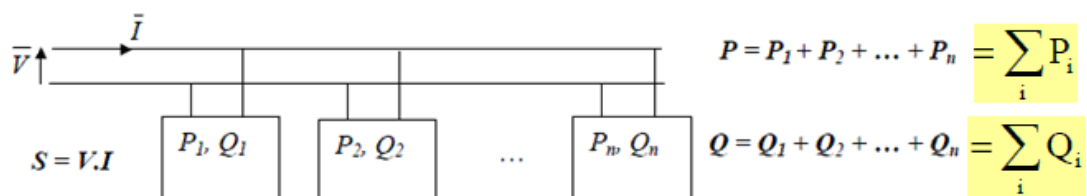
Condensateur  $\bar{S} = \bar{V} \bar{I} = \bar{V} \cdot (-j C \omega \bar{V}) = -j C \omega V^2 = -j I^2/C \omega$ $\varphi = -90^\circ$
 $P = 0$ Le condensateur ne consomme pas de puissance active.
 $Q = -C \omega V^2 = -I^2/C \omega < 0$ Le condensateur est un générateur de puissance réactive.

Théorème de Boucherot

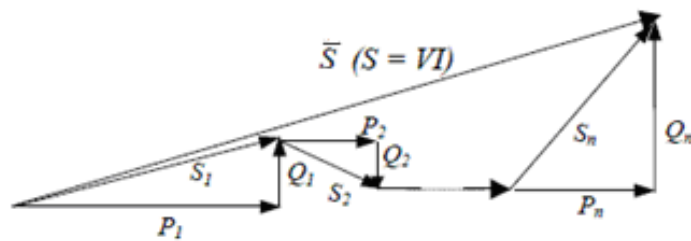
Ce théorème s'écrit : « La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive. Cependant, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente »

NB : Ce théorème traduit le principe de la conservation de l'énergie électrique

On représente le théorème de Boucherot par le schéma qui fait apparaître n charges consommant chacune sa puissance active et sa puissance réactive :



Ces relations apparaissent également dans la composition des n triangles des puissances :



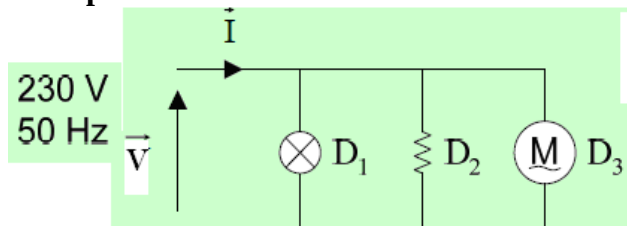
On constate bien sur cette construction que les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement sur les axes alors que la puissance apparente S n'est pas égale, en valeur, à la somme des hypoténuses des triangles. En revanche, la puissance apparente complexe, représentée par le vecteur S est bien la somme vectorielle des puissances apparentes complexes des diverses charges.

On peut donc écrire : $S \neq S_1 + S_2 + \dots + S_n$ alors que $\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \dots + \underline{S}_n$

NB : Attention ! Le théorème de Boucherot est valable à fréquence constante

Par ailleurs, en général : $\underline{S} \neq \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{V}_n \cdot \underline{I}_n$

Exemple



Ampoule : $P_1 = 100 \text{ W}$ $Q_1 \approx 0$ (dipôle résistif)

Radiateur : $P_2 = 1500 \text{ W}$ $Q_2 \approx 0$ (dipôle résistif)

Aspirateur (moteur universel) : $P_3 = 1250 \text{ W}$
(dipôle inductif) $Q_3 = +900 \text{ vars}$

L'installation consomme donc : $P = 2,85 \text{ kW}$ $Q = +0,9 \text{ kvar}$

Attention : le théorème de Boucherot ne s'applique pas à la puissance apparente.

$S \neq \sum S_i$ Il faut utiliser la relation : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Facteur de puissance

A.N. $S = 2,99 \text{ kVA}$ d'où : $I = S / V = 13,0 \text{ A}$ $\cos \varphi = P / S = 0,95$

Pour l'aspirateur précédent : $\cos \varphi_3 = \frac{P_3}{S_3} = \frac{1250}{\sqrt{1250^2 + 900^2}} = 0,81$

0,8 est l'ordre de grandeur du facteur de puissance d'un moteur alternatif en charge.

Problème du facteur de puissance et compensation de la puissance réactive

La présence d'un facteur de puissance très petit devant 1 dans une installation a une conséquence très négative : Le courant fourni pour produire cette puissance est surélevé par rapport au cas où le facteur de puissance est égal à 1.

La **tarification de l'énergie comptabilise uniquement la puissance active consommée**.

De ce fait, les sociétés de production d'énergie électrique surtaxent les utilisateurs dont le $\cos \varphi$ est $< 0,8$, de manière à pénaliser le surdimensionnement du réseau qu'implique la nécessité d'un courant trop grand.

Quand une installation, ou un réseau électrique présente un $\cos \varphi < 0,8$, il est nécessaire de modifier l'installation de manière à élever ce facteur. Etant donné que la grande majorité des installations sont plutôt inductives, c'est-à-dire que le $\cos \varphi < 1$ est dû à la présence d'inductances dans les circuits, la manière la plus simple d'élever le $\cos \varphi$ est de placer une batterie de condensateurs en tête de l'installation.

On appelle ça la compensation de l'énergie réactive.

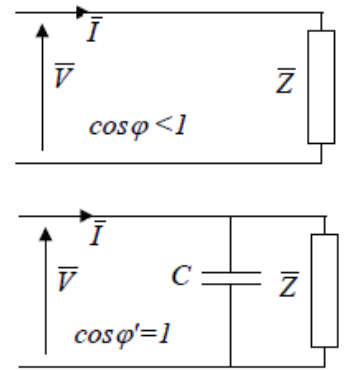
Considérons l'impédance $\bar{Z} = r.e^{j\varphi} = R+jX$, représentant une charge inductive ($X>0$)
 La puissance réactive correspondante est $Q = X.I^2$

L'ajout d'un condensateur C en tête du circuit ne modifie pas la charge et ne rajoute aucune puissance active. En revanche, C produit de la puissance réactive et va donc donner un nouveau facteur de puissance : $\cos\varphi'$

On sait que $Q_C = -C\omega V^2$. Le théorème de Boucherot apporte : $Q_{tot} = Q + Q_C = Q'$

La compensation de puissance réactive consiste à assurer $Q_{tot} = 0$
 c'est-à-dire à $Q_C = Q$ et $\cos\varphi'=1$

Le Condensateur à choisir a alors la valeur : $C = X.I^2/\omega V^2 = Q/\omega V^2$



Amélioration du facteur de puissance

Détermination des capacités des condensateurs pour relever le facteur de puissance de $\cos\varphi$ à $\cos\varphi'$
 (ou bien $\text{tg}\varphi$ à $\text{tg}\varphi'$)

$$\begin{array}{lcl} Q & \rightarrow & Q' = Q + Q_C \quad \rightarrow \quad Q_C = Q' - Q = C \omega U^2 \\ P & & P' = P \end{array} \quad \begin{array}{l} Q = P \text{tg } \varphi \\ Q' = P \text{tg } \varphi' \end{array} \quad \rightarrow \quad C = \frac{P(\text{tg } \varphi' - \text{tg } \varphi)}{2 \pi f U^2}$$

Cette façon de compenser l'énergie réactive s'appelle "compensation statique". Il existe une autre manière: la compensation par compensateur synchrone, c'est-à-dire par un alternateur sur ou sous excité synchronisé sur la tension réseau. NB: Il est impossible, par ces procédés de compenser de la puissance déformante.

Exercice

Une installation alimentée par un réseau 230V 50Hz absorbe une puissance active de 80 kW et une puissance réactive de 60 kVars. Déterminer le $\cos\varphi$ de cette nstallation.

$$P = 80\text{kW} = UI \cos\varphi = S \cos\varphi ; Q = 60\text{kVars} ; S = (P^2 + Q^2)^{1/2} = 100 \text{ kVA} \rightarrow \cos\varphi = 0,8$$

$$I = S/V = \sqrt{(P^2 + Q^2)} / V = 43,47 \text{ A}$$

Nous désirons ramener le $\cos\varphi$ à 0,85 ; calculer la capacité du condensateur à brancher sur ce réseau.

$$\cos\varphi = 0,8 \rightarrow \tan\varphi = 0,75 ; \cos\varphi' = 0,85 \rightarrow \tan\varphi' = 0,61 \rightarrow C = \frac{P.(\tan\varphi - \tan\varphi')}{\omega V^2} = 674\mu\text{F}$$

$$Q' = P \tan\varphi' = 48,8 \text{ kVars}$$

$$\text{Le nouveau courant de ligne} = I' = S'/V = \sqrt{(P^2 + Q'^2)} / V = 40,74 \text{ A} < I.$$

Monophasé (1~) et triphasé (3~)

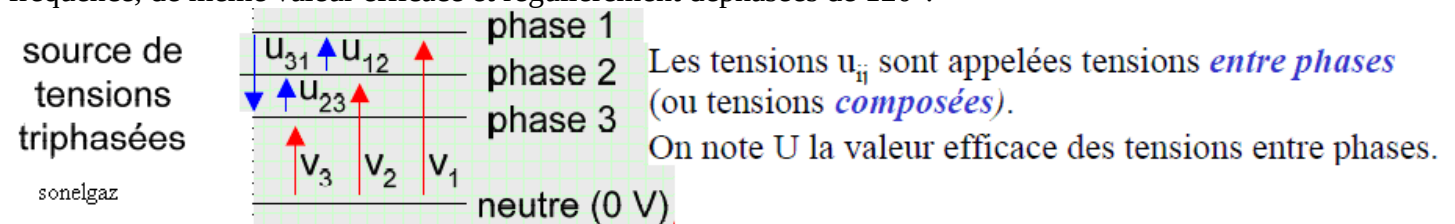
- système monophasé - installation domestique
- système triphasé - installation industrielle - production, transport et distribution de l'énergie électrique

Les systèmes de tensions et courants triphasés forment la réalité des unités de production et de distribution de l'énergie électrique. Le réseau triphasé nécessite beaucoup moins de cuivre pour fournir la même puissance à une charges que le réseau monophasé. Plusieurs autres raisons s'ajoutent à ces considérations technologiques et économiques et font du réseau triphasé l'incontournable acteur de la distribution électrique.

Système triphasé

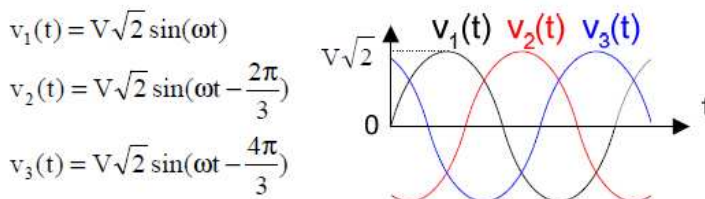
- Définitions

On appelle **tensions [courants] triphasées**, trois tensions [courants] sinusoïdales alternatives, de même fréquence, de même valeur efficace et régulièrement déphasées de 120° .



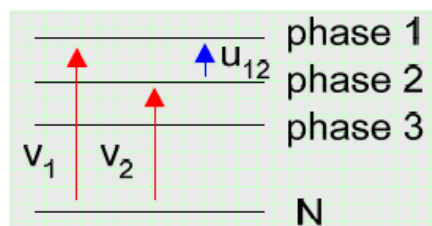
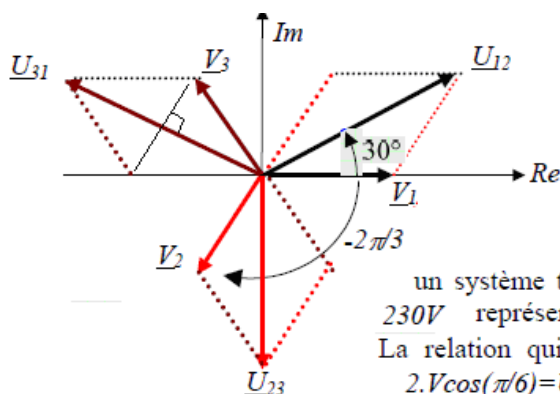
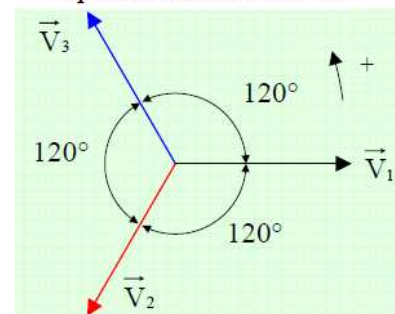
Les tensions v_i sont appelées tensions **entre phase et neutre** (ou tensions **simples**).

- Représentation temporelle



V désigne la valeur efficace des tensions simples.

- Représentation de Fresnel



Relation entre U et V

Loi des branches :

$$u_{12} = v_1 - v_2$$

$$u_{23} = v_2 - v_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1$$

un système triphasé à basse tension sur le réseau est intitulé : **230V / 400V**,
230V représentant la tension simple efficace et 400V la tension composée efficace.

La relation qui existe entre l'amplitude V et U se calcule facilement par projection :
 $2.V\cos(\pi/6)=U$ c'est à dire : $U=\sqrt{3}.V$ ($U/2=V\cos 30^\circ$)

Remarque :

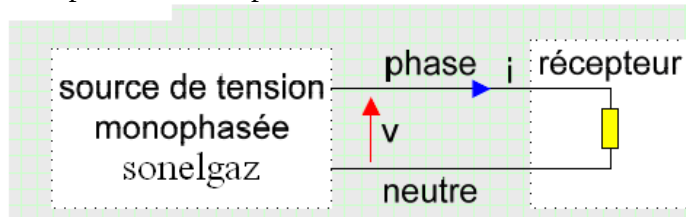
Sonelgaz distribue un réseau triphasé • 400 V (valeur efficace entre phases) • 50 Hz

$$\text{Valeur efficace des tensions simples : } V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \approx 230 \text{ V}$$

Chez vous, la tension monophasée (le "secteur") provient d'un réseau triphasé où l'on utilise le neutre avec une des trois phases.

Récepteurs triphasés équilibrés

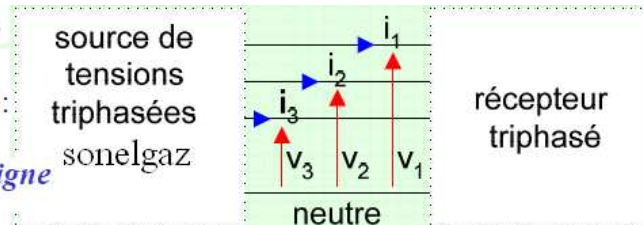
En monophasé, le récepteur est un dipôle. Une des bornes est reliée au neutre et l'autre à la phase :



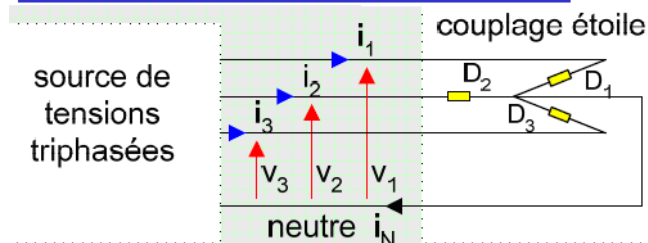
En triphasé, le récepteur possède trois bornes (une par phase)

et éventuellement une quatrième pour le neutre :

Les courants i_1 , i_2 et i_3 sont appelés courants de *ligne*

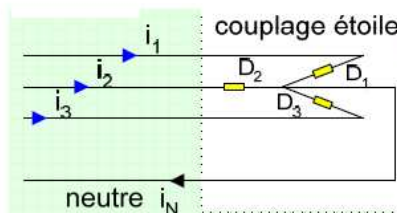
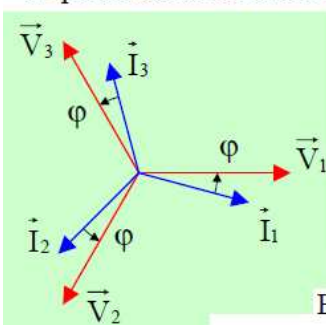


Couplage étoile (Y) d'un récepteur triphasé



- Définition : un récepteur triphasé est *équilibré* s'il est constitué de trois dipôles identiques. Autrement, on parle de récepteur triphasé déséquilibré.
- Conséquence : dans un récepteur *linéaire et équilibré*, les courants de ligne forment un système de courants triphasés (mêmes valeurs efficaces I et déphasages de 120°).

• Représentation de Fresnel



La loi des nœuds indique que le courant de neutre est nul :

$$i_N(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

En pratique : non linéarité, déséquilibre $\Rightarrow i_N \neq 0$

• Puissances

Le récepteur triphasé est constitué de trois dipôles consommant les mêmes puissances :

$$P_1 = P_2 = P_3 = VI \cos \varphi$$

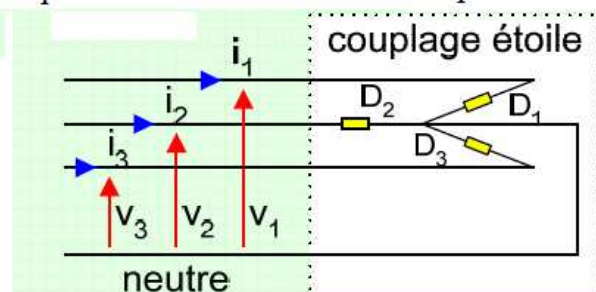
$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = VI \sin \varphi$$

Théorème de Boucherot :

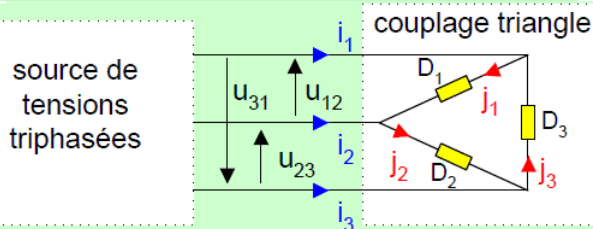
$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3VI \cos \varphi$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3VI \sin \varphi$$

$$S = 3VI$$



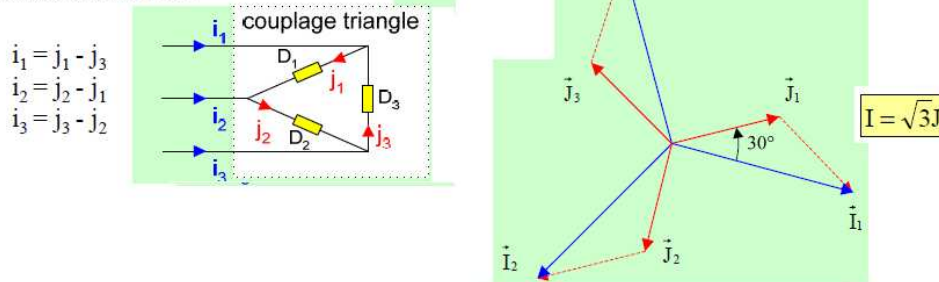
Couplage triangle (D ou Δ) d'un récepteur triphasé



Pour ce couplage : pas de neutre.
Les courants j_1 , j_2 et j_3 sont appelés courants de *phase*.
Si le récepteur est linéaire et équilibré, les courants de phase forment un système de courants triphasés, de valeurs efficaces J .

Ce montage ne possède ni neutre ni tensions simples. Par contre, il présente deux types de courants : les courants I qu'on appelle les courants de ligne et les courants J : qu'on appelle les courants de phase.

• Relation entre I et J



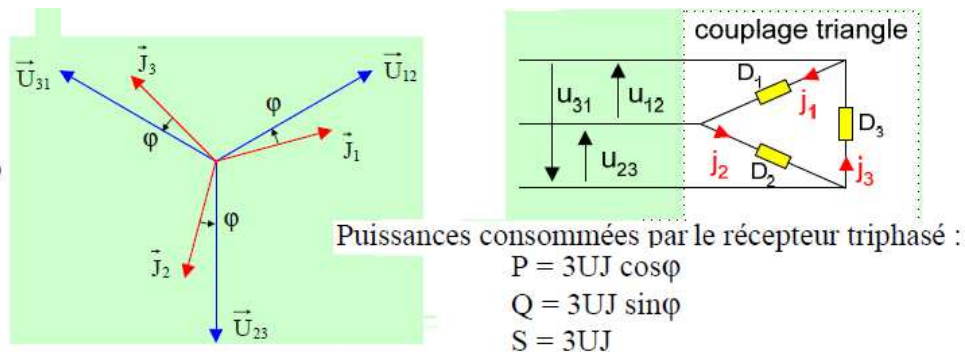
On montre également, comme on l'a fait avec U et V du montage étoile que la relation qu'il existe entre les amplitudes I et J est : $I = \sqrt{3}J$ ($J_{12} = I_1 - I_2$;)

NB : le montage en triangle est possible puisqu'il n'existe pas de courant de circulation interne dans les enroulements de phase. En effet, à tout moment, $U_1(t) + U_2(t) + U_3(t) = 0$

• Puissances

$$P_1 = P_2 = P_3 = UJ \cos \varphi$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = UJ \sin \varphi$$



Puissances en régime triphasé équilibré

• couplage Y

$$P = 3VI \cos \varphi_{v/i}$$

$$U = \sqrt{3}V$$

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi_{v/i}$$

• couplage Δ

$$P = 3UJ \cos \varphi_{u/j}$$

$$I = \sqrt{3}J$$

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi_{u/j}$$

$$= \sqrt{3}UI \cos \varphi_{v/i}$$

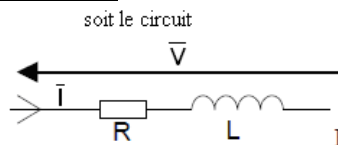
• Quel que soit le couplage :

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3}UI$$

$$k = \cos \varphi$$

Exercice 1

Donner l'expression : - de la puissance active consommée par la résistance
- de la puissance réactive consommée par la bobine

En déduire l'expression : - de la puissance apparente du circuit
- du facteur de puissance du circuit

A.N. On donne $R = 10 \, \Omega$, $L = 200 \, \text{mH}$, $f = 50 \, \text{Hz}$ et $I = 3,6 \, \text{A}$.

Calculer V et le déphasage de v par rapport à i .

Exercice 2

L'emballage d'une ampoule « basse consommation » indique : $230 \, \text{V}$ $50 \, \text{Hz}$
 $150 \, \text{mA}$ $20 \, \text{W}$ $1200 \, \text{lumen}$

1- Calculer le facteur de puissance de l'ampoule.

2- L'ampoule peut fonctionner pendant 6 ans à raison de 3 heures par jour.

Calculer l'énergie électrique (en kWh) consommée.

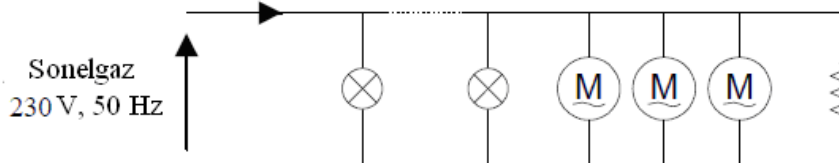
3- Une ampoule classique de $100 \, \text{W}$ donne le même flux lumineux qu'une ampoule basse consommation de $20 \, \text{W}$.

Calculer l'économie d'énergie que procure l'utilisation d'une ampoule basse consommation.

Exercice 3

Une installation électrique monophasée $230 \, \text{V} / 50 \, \text{Hz}$ comporte :

- dix ampoules de $75 \, \text{W}$ chacune ;
- un radiateur électrique de $1,875 \, \text{kW}$;
- trois moteurs électriques identiques absorbant chacun une puissance de $1,5 \, \text{kW}$ avec un facteur de puissance de $0,80$.

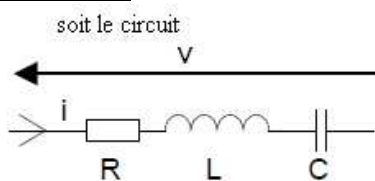


Ces différents appareils fonctionnent simultanément.

- 1- Quelle est la puissance active consommée par les ampoules ?
- 2- Quelle est la puissance réactive consommée par un moteur ?
- 3- Quelles sont les puissances active et réactive consommées par l'installation ?
- 4- Quel est son facteur de puissance ?
- 5- Quelle est l'intensité efficace du courant dans le câble de ligne ?

On ajoute un condensateur en parallèle avec l'installation.

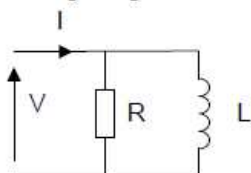
- 6- Quelle doit être la capacité du condensateur pour relever le facteur de puissance à $0,93$?
- 7- Quel est l'intérêt ?

Exercice 4

- 1- Déterminer l'impédance complexe $\bar{Z}$ du circuit.
- 2- En déduire la réactance X du circuit.
- 3- Exprimer P , Q et S en fonction de I .
- 4- A la résonance u et i sont en phase. Que vaut alors Q ?
- 5- En déduire la fréquence de résonance.

Exercice 5

schéma électrique équivalent d'un transformateur monophasé à vide



On donne $V_{\text{eff}} = 230 \, \text{V}$,
 $f = 50 \, \text{Hz}$,
 $R = 1,6 \, \text{k}\Omega$
et $L = 1,25 \, \text{H}$.

- 1- Calculer la puissance active P_R consommée par la résistance.
- 2- Calculer la puissance réactive Q_L consommée par la bobine.
- 3- Utiliser le théorème de Boucherot pour calculer la puissance apparente S du circuit.
- 4- En déduire I_{eff} et le facteur de puissance du circuit.
- 5- Que vaut le déphasage de i par rapport à v ?

6- Montrer que : $Z = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}}$, $\cos \varphi_{i/v} = \frac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}}$ avec : $X = L\omega$

Exercice 6

Le moteur monophasé d'une machine à laver consomme 5 A sous une tension de 230 V ; 50 Hz. Son facteur de puissance est $\cos \varphi = 0,75$.

1. Calculer les puissances apparente, active et réactive absorbées par le moteur.
2. Calculer l'énergie électrique consommée pour un fonctionnement ininterrompu de 2 h.
3. Le prix du kWh étant à 9,55 DA, calculer le coût de ce fonctionnement.

Exercice 7

Une installation monophasée, 230 V AC, 50 Hz, comporte 30 lampes à incandescence de 75 W chacune et un moteur monophasé de puissance utile de 2,25 kW, de rendement $\eta = 0,75$ et de facteur de puissance $\cos \varphi = 0,6$.

Représenter le schéma de l'installation et noter les grandeurs ci dessus

1. Calculer l'intensité I_1 du courant dans les lampes
2. Calculer la puissance active absorbée par le moteur
3. Calculer l'intensité I_2 du courant dans le moteur
4. Calculer la puissance active totale P_t de l'installation, la puissance réactive totale Q_t de l'installation et la puissance apparente totale S_t de l'installation.
5. Calculer l'intensité totale I_t en ligne de l'installation, et le facteur de puissance de l'installation

Exercice 8

Une installation d'éclairage comprend : 100 tubes fluorescents de 40 W chacun, $\cos \varphi_1 = 0,4$ (non compensé).

1. Calculer la puissance totale de l'installation, l'intensité en ligne
2. On veut passer d'un $\cos \varphi_1$ de 0,4 à un $\cos \varphi_2$ de 0,9. Calculer la valeur de la puissance réactive du condensateur à installer. Calculer la valeur du condensateur
3. Calculer la nouvelle valeur du courant en ligne. Indiquer, d'après les résultats des questions précédentes l'avantage d'avoir un $\cos \varphi$ le plus proche de 1.

Exercice 9

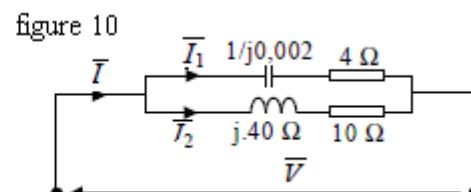
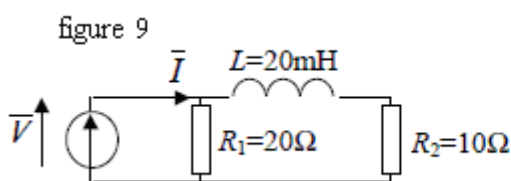
On considère la charge monophasée représentée sur la figure 9. ($V=230$ V et fréquence 50 Hz)

- 1) Calculer la valeur efficace I_1 du courant circulant dans la résistance R_1 .
- 2) Calculer la valeur efficace I_2 du courant circulant dans la résistance R_2 .
- 3) Calculer la valeur efficace I du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
- 4) Calculer la valeur des puissances active P , réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
- 5) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

Exercice 10

On considère le circuit représenté sur la figure 10 ou on ne connaît que la valeur du courant total absorbé $I = 2,5$ A.

- 1) Calculer la valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge.
- 2) En déduire les valeurs de I_1 et I_2 .
- 3) Retrouver ces valeurs par l'application de la formule du diviseur de courant (les admittances seront directement calculées à la calculatrice en calcul complexe).
- 4) Représenter l'intégralité des grandeurs sur un diagramme de Fresnel.
- 5) Ecrire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge. Faire l'application numérique.
- 6) Calculer les éléments du circuit le plus simple équivalent à cette charge.



Corrigé 1

la puissance active consommée par la résistance $P_R = RI^2$ la puissance réactive consommée par la bobine $Q_L = L\omega I^2$ la puissance apparente du circuit Théorème de Boucherot : $S = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \cdot I^2$ facteur de puissance du circuit $k = \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$ $V = \frac{S}{I} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \cdot I = 229 \text{ V}$ $\cos \varphi = 0,157$ d'où : $\varphi = +81^\circ$ (circuit inductif)

Corrigé 2

le facteur de puissance de l'ampoule $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{20}{230 \times 0,15} = 0,58$

L'ampoule peut fonctionner pendant 6 ans à raison de 3 heures par jour

l'énergie électrique (en kWh) consommée est $0,020 \text{ kW} \times (6 \times 365 \times 3 \text{ h}) = 131,4 \text{ kWh}$

Une ampoule classique de 100 W donne le même flux lumineux qu'une ampoule basse consommation de 20 W

Pour une ampoule classique : $0,100 \text{ kW} \times (6 \times 365 \times 3 \text{ h}) = 657 \text{ kWh}$

Le tarif du kWh électrique est actuellement de 10 DA

Différence de consommation : $657 - 131,4 = 525,6 \text{ kWh}$ $525,6 \times 10 = 5256 \text{ DA}$ d'économie

Corrigé 3

$$P = 750 + 1875 + 3 \times 1500 = 7,125 \text{ kW}$$

$$Q = 0 + 0 + 3 \times 1125 = +3,375 \text{ kvar (on suppose que les ampoules et le radiateur sont purement résistifs)}$$

$$\text{Puissance apparente de l'installation : } S = (7,125^2 + 3,375^2)^{1/2} = 7,884 \text{ kVA}$$

$$\text{Facteur de puissance : } \cos \varphi = 7,125 / 7,884 = 0,904$$

$$\text{l'intensité efficace du courant dans le câble de ligne } I = S / V = 7884 / 230 = 34,3 \text{ ampères}$$

On ajoute un condensateur en parallèle avec l'installation.

Un condensateur ne consomme pas de puissance active donc l'installation consomme toujours $P' = P = 7,125 \text{ kW}$.

$$\text{Facteur de puissance} = \cos \varphi' = 0,93 \quad \text{d'où } \tan \varphi' = 0,4 \quad Q' = P' \tan \varphi' = 7,125 \times 0,4 = + 2,85 \text{ kvar}$$

$$\text{Le condensateur consomme la puissance réactive : } Q_C = Q' - Q = 2850 - 3375 = - 525 \text{ vars}$$

$$(Q_C < 0 : \text{un condensateur est un générateur de puissance réactive}). \quad Q_C = -V^2 C \omega \quad \text{d'où } C = 32 \mu\text{F}$$

Le condensateur permet à l'installation, de consommer moins de puissance réactive pour une même puissance active.

La puissance apparente est donc plus faible, le courant de ligne également :

$$S' = (P'^2 + Q'^2)^{1/2} = (7,125^2 + 2,85^2)^{1/2} = 7,674 \text{ kVA (au lieu de 7,884 kVA)}$$

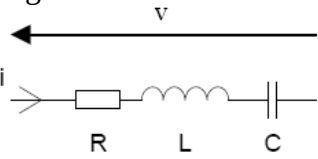
$$I' = S' / V = 7674 / 230 = 33,4 \text{ A (au lieu de 34,3 A sans condensateurs)}.$$

Le courant de ligne étant moins important, les chutes de tension et les pertes par effet Joule dans les lignes de distribution sont réduites, ce que EDF apprécie grandement.

C'est pour cette raison que sonelgaz surtaxe les industriels qui consomment trop de puissance réactive.

L'industriel a alors tout intérêt à installer, à ses frais, un système de compensation d'énergie réactive (par condensateurs par exemple).

Corrigé 4



l'impédance complexe $\bar{Z}$ du circuit $\bar{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$
 la réactance X du circuit. $X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

$$P = RI^2 \quad Q = XI^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) I^2 \quad S = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} I^2$$

A la résonance u et i sont en phase $\Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow Q = 0$
 $\Rightarrow$ la fréquence de résonance $X = L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Corrigé 5

la puissance active P_R consommée par la résistance. Loi de Joule : $P_R = V_{\text{eff}}^2 / R = 230^2 / 1600 = 33 \text{ W}$

(cette puissance électrique est dégradée sous forme thermique : ceci se traduit par un échauffement du circuit magnétique du transformateur).

la puissance réactive Q_L consommée par la bobine. $Q_L = +V_{\text{eff}}^2 / (L\omega) = +134,7 \text{ vars}$

Le circuit consomme la puissance active : $P = P_R + P_L = P_R$ (la bobine ne consomme pas de puissance active).

Le circuit consomme la puissance réactive : $Q = Q_R + Q_L = Q_L$ (la résistance ne consomme pas de puissance réactive)

$$S = \sqrt{P_R^2 + Q_L^2} = V_{\text{eff}}^2 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(L\omega)^2}} = 138,7 \text{ VA} \quad I_{\text{eff}} = \frac{S}{V_{\text{eff}}} = V_{\text{eff}} \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(L\omega)^2}} = 0,60 \text{ A}$$

Facteur de puissance : $k = P_R / S = 0,238 = \cos \varphi$ d'où $\varphi = +76,2^\circ$

Le déphasage est positif car le circuit est inductif ($Q > 0$).

On remarquera qu'un transformateur à vide consomme beaucoup de puissance réactive : il est fortement inductif.

$$Z = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}} \quad \cos \varphi_{i/v} = \frac{P}{S} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}} \quad \text{avec : } X = L\omega$$

Corrigé 6

$$1. S = V \cdot I = 230 \cdot 5 = 1,15 \cdot 10^3 = 1,15 \text{ kVA}$$

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi = 230 \cdot 5 \cdot 0,75 = 862,5 = 862,5 \text{ W}$$

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi ; \cos \varphi = 0,75 \rightarrow \sin \varphi = 0,661 ; Q = 230 \cdot 5 \cdot 0,661 = 760 \text{ Vars}$$

Ou bien méthode de Boucherot :

$$S^2 = P^2 + Q^2 \rightarrow Q = (1150^2 - 862,5^2)^{1/2} = 760 \text{ VAR}$$

$$2. W = P \times t = 862,5 \times 2 = 1,725 \cdot 10^3 = 1,725 \text{ kWh}$$

$$3. \text{coût} = \text{quantité} \times \text{prix} = 1,725 \times 9,55 = 16,5 \text{ DA}$$

Corrigé 7

$$1. P = VI \cos \varphi$$

$$\text{pour les lampes : } \cos \varphi = 1 ; I = P / V = (30 \times 75) / 230 = I_1 = 9,78 \text{ A}$$

$$2. \eta = P_u / P_a \rightarrow P_a = P_u / \eta = 2,25 \cdot 10^3 / 0,75 = 3 \text{ kW}$$

$$3. P = V \times I \times \cos \varphi \rightarrow I = P / (V \cdot \cos \varphi) = 3 \cdot 10^3 / (230 \cdot 0,6) = I_2 = 21,7 \text{ A}$$

$$4. P_t = \sum P = P_{\text{lampes}} + P_{\text{amoteur}} = 3 \cdot 10^3 + 30 \cdot 75 = P_t = 5,25 \text{ kW}$$

$$Q_t = \sum Q = Q_{\text{lampes}} + Q_{\text{amoteur}}$$

$$Q_{\text{lampes}} = V \cdot I \cdot \sin \varphi ; \text{mais } \cos \varphi = 1 \rightarrow \sin \varphi = 0 \text{ donc } Q_{\text{lampes}} = 0$$

$$Q_t = Q_{\text{lampes}} = U \cdot I \cdot \sin \varphi ; \text{mais } \cos \varphi = 0,6 \rightarrow \sin \varphi = 0,8 \text{ donc } Q_t = 230 \times 21,7 \times 0,8 = 3,99 \cdot 10^3 = 3,99 \text{ kVAR}$$

$$S_t = (P_t^2 + Q_t^2)^{1/2} = 6,60 \cdot 10^3 \text{ kVA}$$

$$5. S = V I \rightarrow I = S / V = 6,60 \cdot 10^3 / 230 = 28,7 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = P / S = 5,25 \cdot 10^3 / 6,60 \cdot 10^3 = 0,796$$

Corrigé 8

1. $P = \text{nombre de tubes fluo} \times \text{puissance par tube fluo} = 100 \times 40 = 4000 = 4 \text{ kW}$

$P = V \times I \times \cos \varphi_1 = P_1 \rightarrow I = 4000 / (230.0,4) = 43,5 \text{ A}$;

$\cos \varphi_1 = 0,4 \rightarrow \tan \varphi_1 = 2,29 \rightarrow Q_1 = P_1 \tan \varphi_1 = 9160 \text{ Vars}$

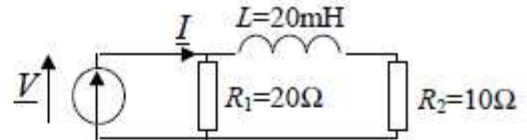
2. $\cos \varphi_2 = 0,9 \rightarrow \tan \varphi_2 = 0,48$, un condensateur ne consomme pas de puissance réactive donc $P_2 = P_1$

Mais la puissance réactive devient $Q_2 = P_2 \tan \varphi_2 = 1920 \text{ Vars}$;

et le condensateur consomme une puissance réactive $Q_c = Q_2 - Q_1 = -7240 \text{ Vars} < 0$ car un condensateur est un générateur de puissance active $Q_c = -U^2 C \omega \rightarrow C = 7240 / (230^2.2\pi.50) = 435 \mu\text{F}$

3. $I_2 = S_2 / V = (P_2^2 + Q_2^2)^{1/2} / V = 19,3 \text{ A} < 43,5 \text{ A}$ donc moins de pertes d'énergie par effet Joule

Corrigé 9



$$1) I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11,5 \text{ A}$$

$$2) I_2 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L\omega)^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}} = 19,5 \text{ A}$$

3) Impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1 // (R_2 + jL\omega) = \frac{20 \cdot (10 + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi))}{(20 + 10) + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j.125,6}{30 + j.6,28}$$

$$4) \text{ On en déduit : } I = \frac{V}{|R_1 // (R_2 + jL\omega)|} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125,6^2}}{\sqrt{30^2 + 6,28^2}}} = 29,85 \text{ A}$$

$$5) P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 20 \times 11,5^2 + 10 \times 19,5^2 = 6,44 \text{ kW}$$

$$6) Q = L\omega I_2^2 = 20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19,5^2 = 2,39 \text{ kVAR} \text{ d'où } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6,86 \text{ kVA}$$

$$7) \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0,93$$

Corrigé 10

1) On calcule l'impédance équivalente au circuit :

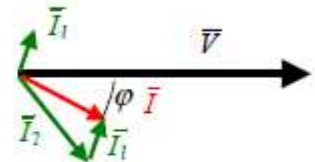
$$\underline{Z}_{eq} = (4 - j.(1/0,002)) // (10 + j.40) = 11,8 + j.43,2 \text{ . Ainsi : } V = Z_{eq} \cdot I = \sqrt{11,8^2 + 43,2^2} \times 2,5 = 112 \text{ V .}$$

$$2) I_1 = \frac{V}{\sqrt{4^2 + 500^2}} = 0,22 \text{ A} , I_2 = \frac{V}{\sqrt{10^2 + 40^2}} = 2,7 \text{ A}$$

$$3) \vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 \quad \bar{Z}_1 = 4 - j.500 = \frac{\bar{V}}{\bar{I}_1} \quad \bar{Z}_2 = 10 + j.40 = \frac{\bar{V}}{\bar{I}_2}$$

$$\arg \bar{Z}_1 = -\arctg \frac{500}{4} = -89,5^\circ = \arg V - \arg I_1 = 0 - \varphi_{I_1/V} \rightarrow \varphi_{I_1/V} = 89,5^\circ$$

$$\arg \bar{Z}_2 = \arctg \frac{40}{10} = 75,9^\circ = \arg V - \arg I_2 = 0 - \varphi_{I_2/V} \rightarrow \varphi_{I_2/V} = -75,9^\circ$$



4) Voir schéma.

$$5) P = 4 \cdot I_1^2 + 10 \cdot I_2^2 = 73 \text{ W} , Q = -500 \cdot I_1^2 + 40 \cdot I_2^2 = 267 \text{ VAR}$$

6) Cette charge est équivalente à un circuit R-L ($Q > 0$) dont les valeurs sont :

$$R = P / I = 11,7 \Omega \text{ et } X = L\omega = Q / I = 42,7 \Omega .$$

Exercice 1

Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs $R = 100 \, \Omega$.

Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé 230 V / 400 V à 50 Hz.

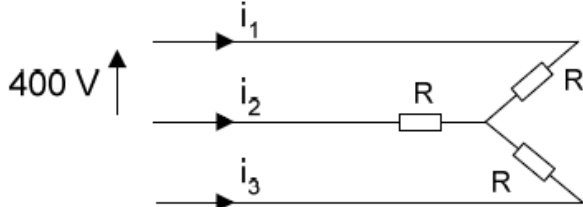
1- Calculer la valeur efficace I du courant de ligne et la puissance active P consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.

2- Reprendre la question avec un couplage en triangle.

3- Conclure.

Exercice 2

1- Un réseau triphasé ($U = 400 \, \text{V}$ entre phases, 50 Hz) alimente un récepteur résistif

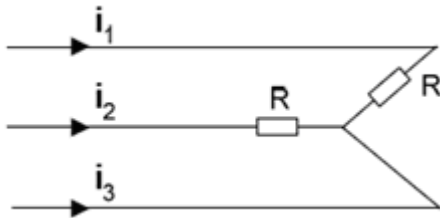


(couplage étoile sans neutre) : $R = 50 \, \Omega$

Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 , I_2 , et I_3 .

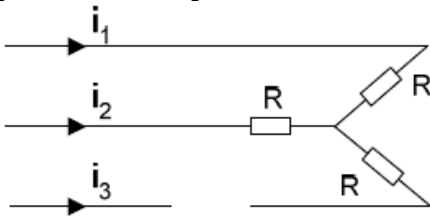
Calculer la puissance active P consommée par les trois résistances.

2- Un court-circuit a lieu sur la phase 3



Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 et I_2 .

3- La phase 3 est coupée



Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 , I_2 , et I_3 .

Exercice 3

Sur un réseau (230 V / 400 V, 50 Hz) sans neutre, on branche en étoile un récepteur composé de trois dipôles capacitifs identiques de résistance $R = 20 \, \Omega$ en série avec une capacité $C = 20 \, \mu\text{F}$.

1- Déterminer l'impédance complexe de chaque dipôle. Calculer son module et son argument.

2- Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions simples.

3- Calculer les puissances active et réactive consommées par le récepteur triphasé, ainsi que la puissance apparente.

Exercice 4

On monte en triangle sur un réseau 127/220 un récepteur composé de trois dipôles identiques dont l'impédance est $35 \, \Omega$ et le $\cos \varphi = 0,7$. Calculer :

- 1) Le courant dans un dipôle et son déphasage sur la tension correspondante
- 2) Le courant dans un fil de ligne

Exercice 5

Soit un récepteur triphasé équilibré inductif. Il est caractérisé par une puissance active P de 20 kW et une puissance apparente S de 30 kVA. La tension d'alimentation U est de 500 V, à 50 Hz.

Déterminer l'impédance de phase correspondante, pour un couplage étoile, puis pour un couplage triangle.

Corrigé 1

1) Le courant dans un radiateur est aussi le courant de ligne : I ; Loi d'Ohm : $I = V/R = 2,3 \text{ A}$

Le récepteur triphasé consomme $3RI^2 = 1,6 \text{ kW}$ (Loi de Joule).

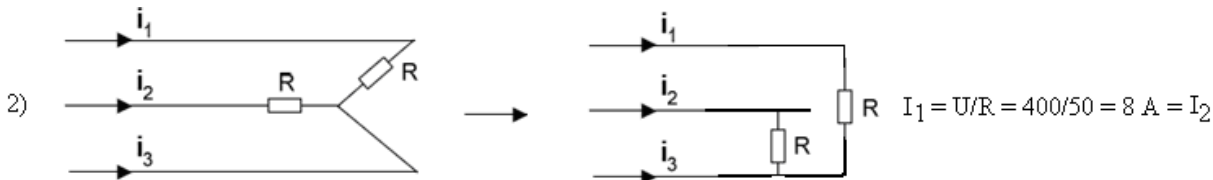
2- Le courant dans un radiateur est le courant de phase J ; Loi d'Ohm : $J = U/R = 4,0 \text{ A}$

D'où le courant de ligne : $I = J\sqrt{3} = 6,9 \text{ A}$; Loi de Joule : $3RJ^2 = RI^2 = 4,8 \text{ kW}$

3- Conclusion : En couplage triangle, le courant de ligne est trois fois supérieur qu'avec un couplage en étoile, de même pour la puissance active : en triangle, le dispositif fournit trois fois plus de chaleur qu'en étoile.

Corrigé 2

$$1) \quad I_1 = \frac{V}{R} = \frac{400}{\sqrt{3} \times 50} = 4,62 \text{ A} = I_2 = I_3 \quad P = \sqrt{3}UI \cos \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 4,62 \times 1 = 3200 \text{ W}$$



$$3) \quad I_1 = \frac{U}{2R} = \frac{400}{2 \times 50} = 4 \text{ A} = I_2 \quad I_3 = 0$$

Corrigé 3

$$1) \quad \bar{Z} = R - \frac{j}{C\omega} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} = 160,4 \Omega \quad \arg(\bar{Z}) = \arctan\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) = -82,8^\circ$$

$$2) \quad \bar{V} = \bar{Z} \bar{I} \quad I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{160,4} = 1,43 \text{ A} \quad \arg(\bar{I}) = \arg(\bar{V}) - \arg(\bar{Z}) = 82,8^\circ = \varphi_{i/v}$$

$$P = 3RI^2 = 123,3 \text{ W} \quad Q = -3 \frac{I^2}{C\omega} = -3 \frac{I^2}{2\pi fC} = -981,6 \text{ vars} \quad S = 3ZI^2 = 989,3 \text{ VA}$$

Corrigé 4

Courant $J = U_0/Z = 220/35 = 6,3$

Déphasage à $\cos \varphi = 0,7$ correspond $\varphi = 45^\circ$

Courant dans le fil $I = J\sqrt{3} = 6,3 \times 1,73 = 10,9 \text{ A}$

Corrigé 5

Pour les deux couplages étoile et triangle, on a : $P = \sqrt{3} U I \cos \varphi = 20 \cdot 10^3 \text{ W}$; $S = \sqrt{3} U I = 30 \cdot 10^3 \text{ VA}$

$$\text{Courant de ligne } I = \frac{S}{\sqrt{3} U} = \frac{30 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 500} = 34,65 [\text{A}] \quad \text{Facteur de puissance } P = S \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 0,66$$

Couplage étoile :

- tension de phase = tension simple $V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 288,6 [\text{V}]$

- courant de phase = courant de ligne $I = 34,65 \text{ A}$

L'impédance de phase correspondante : $Z_Y = \frac{V}{I} = \frac{288,6}{34,65} = 8,3 [\Omega]$

Et $\bar{Z}_Y = Z_Y e^{j\varphi} = Z_Y (\cos \varphi + j \sin \varphi) = 8,3 (0,66 + j 0,745) = 5,55 + j 6,21 \Omega$

Couplage triangle :

- tension de phase = tension composée $U = 500 \text{ V}$

- courant de phase = courant dans les dipôles $J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{34,65}{\sqrt{3}} = 20 [\text{A}]$

L'impédance de phase correspondante : $Z_\Delta = \frac{U}{J} = \frac{500}{20} = 25 [\Omega]$

et $\bar{Z}_\Delta = Z_\Delta (\cos \varphi + j \sin \varphi) = 25 (0,66 + j 0,745) = 16,6 + j 18,62 \Omega$

On constate que : $\bar{Z}_\Delta = 3 \bar{Z}_Y$. L'impédance équivalente en triangle est 3 fois plus grande qu'en étoile.