La suite de corrigé (Série 3)

Exercice 2 :

$$E(Y/X=x)=\int yf(Y/X)dx=\int_R y\frac{f(x,y)}{f_X(x)}dy=\frac{\int_R yf(x,y)dy}{\int_R f(x,y)dy}=\frac{I_1}{I_2}$$

I1= $\int yf(x,y)dy=n(n-1)\int_x^1 y(y-x)^{n-2}dy=n(n-1)^{n-1}-(1-x)^n=(1-x)^{n-1}(n-1+x)$

I2= $\int f(x,y)dy=n(n-1)\int_x^1 (y-x)^{n-2}dy=n(1-x)^{n-1}$

Donc :

$$E(Y/X=x)=\frac{I_1}{I_2}=\frac{(1-x)^{n-1}(n-1+x)}{n(1-x)^{n-1}}=\frac{n-1+x}{n}$$

Exercice 3 :

1)

$$E(S_{n+1}/F_n)=E(S_n+X_{n+1}/F_n)=E(S_n/F_n+E(X_{n+1}/F_n)=S_n+E(X_{n+1}/F_n)(S_n estF_n-mesurable)$$

$=S_n+E(X_{n+1}/F_n)$ (X_{n+1} est indépendante de F_n)

$= S_n+m$ (même loi X_i)

2) $E(z^{S_{n+1}}/F_n)=z^{S_n}E(z^{X_{n+1}}/F_n)(z^{S_n}estF_n-mesurable)$

$$=z^{S_n}E(z^{X_{n+1}})(z^{X_{n=\&}}estindp)$$

$=z^{S_n}G(z)$

3) $E(z^{Sn}) = E(z^{X1+ X2+\dots Xn}) = E(z^{X1})E(^{X2})E(z^{Xn}) = (G(z))^n$

Voir le corrigé de l'exercice 5 , 6 et 7 dans le PDF.