UMBB-FS-Dépt de Mathématiques **Année Universitaire 2020/2021**
Module : Probabilités (S4-LM2)

Corrigé des exercices (Série 1)

Exercices 1:

1) P ne peut pas être une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ car on a
P ({a}) + P ({b}) +P ({c}) + P ({d}) $\neq$ 1.
2) P ne peut pas être une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ car on a P ({b}) = $-2/12 < 0$;
3) P est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ car on a les probabilités supérieure au égale a 0 et la somme de P*i* est égale à 1.

Exercice 3:

1)

- P (A/B) = $P(A\cap B)/P(B)$ = (1/8)/(1/4).
- P $(\bar{A})$ =1- P (A) =1/2
- $P(\overline{B}/A) = \dfrac{P(\overline{B}\cap A)}{P(A)}$ = $(P(A)-P(A\cap B))/P(A)$ = 6/8=0.75

2)
$P(\overline{A}\cap\overline{B}) = 1 - P(A\cup B)$
Avec P (A ∪ B) = P(A) + P(B) − P (A ∩ B)=5/8, donc $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = 1 - 5/8 = 3/8$.

Exercice 4 :

Si on note A l'événement « la personne a répondu oui à la première question » et B l'événement « la personne a répondu oui à la deuxième question », l'énoncé nous fournit $p(A) = 0{,}65$, $p(B) = 0{,}51$ et $p(A\cap B) = 0{,}46$.

1) On calcule $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B) = 0{,}65 + 0{,}51 - 0{,}46 = 0{,}7$.

2) On calcule $p(A\cap B) = p(A\cup B) = 1 - p(A\cup B) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Exercice 5 :

P (A) = 0.5 ; P (A∩C) = 0.1 ; P (A∩B) =0.3 ; P (B∩C) = 0.2 et P (A∩B∩C) = 0.04.
$P(B\cup C) = 0.2$.

1)

- $P(A\cup(B\cap C)) = P(A) + P(B\cap C) - P(A\cap(B\cap C)) = 0.5 + 0.2 - 0.04 = 0.66.$
- $P(A\cup(B\cup C)). = P(A) + P(B\cup C) - P(A\cap(B\cup C))$

Avec

$$P(A\cap(B\cup C)). = P((A\cap B)\cup(A\cap C)) = P(A\cap B) + P(A\cap C) - P(A\cap B\cap C)$$
$$=0.3+0.1-0.04=0.36 .$$

Donc :

$P(A \cup (B \cup C)). = 0.5 + 0.2 - 0.36 = 0.34.$

2) Si p(B)=0.6 ;

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 0.2.$

Exercice 6: Soit l'événement E : tire 2 boules vertes.

$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$

a) successivement sans remise : c'est un arrangement sans répétitions

$| \Omega |= \quad A_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$

P(E)= P (VV $\bar{V}$) +P (V $\bar{V}$ V) +P($\bar{V}$ VV)

= (5 /10.4/9.5/8)+ (5 /10.5/9.4/8)+ (5 /10.5/9.4/8)= 0 .416

b) avec remise : C'est un arrangement avec répétitions

$| \Omega |= n^k = 10^3$

P(E)= P (VV $\bar{V}$) +P(V $\bar{V}$ V) +P($\bar{V}$ VV)=(5/10)3=0.375

c) simultanément (en même temps).

$| \Omega |= \quad C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{C_5^2 C_5^1}{C_{10}^3} = 0.416$$

On remarque que le tirage de k boules une à une sans remise est équivalent à un tirage simultané de k boules.

Exercice 10 :

P (F1) = 1/ 3, P (F2) = 1/ 4, P (F 3) = 5/ 12, P (D / F1) = 0.20; P (D / F2) = 0.10,

P (D / F3) = 0.05, $P(\bar{D} / F1) = 1 - P(D / F1) = 1 - 0.2 = 0.80$

Soit les événements :

F1 : La pièce tirée provient de la fabrique F1 ;

F2 : La pièce tirée provient de la fabrique F2 ;

F3 : La pièce tirée provient de la fabrique F3 ;

D : La pièce tirée est défectueuse.

P(D) = P (D/F1)P(F1)+P(D/F2)P(F2)+P(D/F3)P(F)=0.2/3+0.10/4+0.05.5/12 = 0.111

2)

$$P\left(F2/\overline{D}\right)=\frac{P(\overline{D}/F2)P(F2)}{P(\overline{D})}=\frac{P(\overline{D}/F2)P(F2)}{P\left(\overline{D}/F1\right)P(F1)+P\left(\overline{D}/F2\right)P\left(F2\right)+P\left(\overline{D}/F3\right)P\left(F3\right)}$$

$$P\left(F2/\overline{D}\right)=\frac{0.9.\frac{1}{4}}{0.8\frac{1}{3}+0.9\frac{1}{4}+\frac{5}{9}}=0.25.$$

Exercice 11 :

(a) Notons D l'évènement le dé tiré est équilibré et A l'évènement : on a obtenu un « six »

$$\mathrm{P}(D)=\mathrm{P}(\bar{D})=1/2, \mathrm{P}(A \mid D)=1/6 \text{ et } \mathrm{P}\left(A \mid \bar{D}\right)=1/2$$

Par la formule de Bayes

$$\mathrm{P}(D \mid A)=\frac{\mathrm{P}(A \mid D)\mathrm{P}(D)}{\mathrm{P}(A)}$$

avec par la formule des probabilités totales

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A \mid D)\mathrm{P}(D)+\mathrm{P}\left(A \mid \bar{D}\right)\mathrm{P}(\bar{D})$$

On obtient

$$\mathrm{P}(D \mid A)=\frac{1}{4}$$

(b) Notons B l'évènement : on a obtenu un « cinq » Par des calculs analogues aux précédents

$$\mathrm{P}(D \mid B)=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{10}}=\frac{5}{8}$$

,