UMBB-FS-Dépt de Mathématiques **Année Universitaire 2020/2021**
Module : Probabilités (S4-LM2)

Série N° 3 : Variables Aléatoires Continues, Lois Continues Usuelles

Exercice 1 : Une variable aléatoire X est distribuée par :

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & si \quad 0 \leq x < 1 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$

1. Vérifier que $f_X(x)$ est bien une densité de probabilité.
2. Calculer la probabilité pour que $0,5 < X < 0.7$.
3. Donner La fonction de répartition deX, et recalculer la probabilité que $0,5 < X < 0,7$.
4. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

Exercice 2 : (*Devoir*)

Soit la fonction*f* définie par : $\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} k(3-x) & si \quad 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & ailleurs \end{cases}}$

1. Déterminer k pour que f soit une densité de probabilité.
2. Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire possédant cette fonction comme densité de probabilité.

Exercice 3 :*(Loi Exponentielle)*

Une variable aléatoire T suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

1.Déterminer la fonction de répartition de T, en fonction du paramètre λ.

2.Trouver le paramètre de cette loi sachant que $P(T \leq 4) = 0.8$.

3.a) Calculer $P(T > 5)$,

b)Calculer $P(T \geq 2 / T \geq 4)$.

Exercice 4 :(*Devoir*)

Le temps d'attente (en secondes) à la caisse d'un supermarché est une v.a. X qui suit la loi exponentielle de paramètre 0.01. Donner la ou les bonnes réponses parmi A, B, C et D.

A. La probabilité d'attendre (à la caisse) moins de 3 mins est égale à 0.16, au centième près.
B. La densité de X est définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = e^{-0.01x}$.
C. Pout tout nombre réel x, ona $P(X \leq x) = 1 - e^{-0.01x}$.
D. Il y a plus d'une chance sur 2 que l'attente (à la caisse) soit supérieure à 1 minute.

Exercice 5:*(Loi Normale)*
Une variable aléatoire T suit la loi normale centrée réduite N(0;1).

1. Calculer :**a)**$P(T > 1.96)$, **b)** $P(T < - 1.96)$, **c)** $P(-1.21 \leq T < 1.53)$.
2. Calculer le nombre réel u tel que : **a)** $P(T < u)=0.15$, **b)** $P(T < u)=0.8$.

Exercice 6 :
La taille d'un groupe de 2000 personnes obéit à une loi normale N(170 cm, 5 cm).
1. Déterminer la probabilité pour qu'une personne ait une taille supérieure à 180cm.
2. Déterminer le nombre de personnes dont la taille est comprise entre 168cm et 175cm.

Exercice 7:*(Devoir)*

Une entreprise fabrique des brioches en grande quantité. On pèse les boules de pâte avant cuisson. On note X la variable aléatoire qui, à chaque boule depâte, associe sa masse. On admet que X suit la loi normale de moyenne 700 g et d'´ecart type 20 g.
Seules les boules dont la masse est comprise entre 666 g et 732 g sont acceptées à la cuisson.

1. Quelle est la probabilité qu'une boule, prise au hasard dans la production, soit acceptée à la cuisson ?
2. Déterminer le réel positif h afin que l'on ait : $P(700 - h \leq X \leq 700 + h) > 0,95$.

Enoncer ce résultat à l'aide d'une phrase.