

Série N° 1 : Calcul de Probabilités

Exercice 1

Soit $\Omega = \{a, b, c, d\}$. Parmi les applications P suivantes, quelles sont celles qui définissent une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$:

- 1- $P(\{a\}) = 1/2, P(\{b\}) = 1/4, P(\{c\}) = 1/8, P(\{d\}) = 1/4$.
- 2- $P(\{a\}) = 5/12, P(\{b\}) = -2/12, P(\{c\}) = 3/12, P(\{d\}) = 6/12$.
- 3- $P(\{a\}) = P(\{b\}) = P(\{c\}) = 0, P(\{d\}) = 1$.

Exercice 2 :

Décrire l'espace fondamental Ω ainsi que $|\Omega|$ pour chacune des épreuves aléatoires suivantes :

- 1- a. Lancer 2 fois une pièce, b. Lancer 3 fois une pièce, c. Lancer n fois une pièce.
- 2- a. Lancer 2 fois un dé, b. Lancer 3 fois un dé, c. Lancer n fois un dé.

Exercice 3 :

Soient A et B deux événements aléatoires tels que : $P(A) = 1/2, P(B) = 1/4, P(A \cap B) = 1/8$.

- 1- Calculer $P(A/B), P(\bar{A}), P(\bar{B}/A)$.
- 2- Calculer la probabilité des événements suivants :
 E_1 : " Au moins un événement se produit ", E_2 : " A seul est réalisé ",
 E_3 : " Un seul événement se réalise ".

Exercice 4 :

Lors d'un vote, deux questions étaient posées. 65 % des personnes ont répondu « oui » à la première question, 51 % ont répondu « oui » à la seconde question, et 46 % ont répondu « oui » aux deux questions.

- 1- Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « oui » à l'une ou l'autre des questions ?
- 2- Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « non » aux deux questions ?

Exercice 5 :

Soit P une probabilité pour un espace Ω fini et non vide, A, B et C trois événements tels que :
 $P(A) = 0.5 ; P(A \cap C) = 0.1 ; P(A \cap B) = 0.3 ; P(B \cap C) = 0.2$ et $P(A \cap B \cap C) = 0.04$.

- 1- Calculer $P(A \cup (B \cap C))$ et $P(A \cup (B \cup C))$.
- 2- Si $P(B) = 0.6$, calculer la probabilité de l'événement « ni A ni B ne se réalisent ».

Exercice 6 :

Une urne contient 5 boules vertes, 3 rouges et 2 blanches. On tire 3 boules de cette urne.

- 1- Quelle est la probabilité de tirer 2 boules vertes si le tirage se fait :
 - a. successivement sans remise,
 - b. successivement avec remise,
 - c. simultanément (en même temps).
- 2- Que remarquez-vous ?

