



Série Rappel Mathématique

Dans tout ce qui suit, on considère un repère orthonormé de vecteurs unitaires $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Exercice 1 :

Soient les vecteurs $\vec{v}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$

- 1) Trouver les modules de : \vec{v}_3 , $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$
- 2) Trouver les angles (\vec{v}_1, \vec{v}_2) , (\vec{v}_1, \vec{v}_3) .

Exercice 2 :

Reprendre les vecteurs de l'exercice 1 et trouver le résultat s'il existe, en précisant la nature (scalaire ou vecteur) :

$$(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2) \wedge \vec{v}_3, \vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \wedge \vec{v}_3), \vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_3).$$

Exercice 3 :

Soient les vecteurs $\vec{v}_1 = \sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + t \vec{k}$, $\vec{v}_2 = e^{-t} \vec{i} + 2 \cos 3t \vec{j} + 2 \sin 3t \vec{k}$

- Déterminer le module de chaque vecteur.
- Trouver ces $\frac{d\vec{v}_1}{dt}$, $\frac{d\vec{v}_2}{dt}$, puis le module de chacun eux.

Exercice 4 : (Analyse dimensionnelle)

Soit un pendule simple constitué d'une masse m accroché à un fil de masse négligeable et de longueur l . On travaille dans le référentielle terrestre où le champ de gravitation est \vec{g} .

- 1) Montrer par une analyse dimensionnelle, que la période des petites oscillations de ce pendule s'écrit sous la forme $T = Cst \sqrt{\frac{l}{g}}$.
- 2) Quel remarque concernant T mérite-t-elle d'être notée ?

Exercice 6 : (Analyse dimensionnelle)

Soit un gaz enfermé dans un récipient, la pression P qu'exerce ce gaz est due aux chocs des molécules sur la paroi interne, à priori P dépend de la densité n du gaz (n est le nombre des molécules par m^3), de la masse m de chaque molécule et de la vitesse moyenne de leur déplacement.



En utilisant l'analyse dimensionnelle, trouver la formule de la pression à une constante près.

Exercice 7:

Une force $\vec{F} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ (N) provoque le mouvement d'un corps qui se déplace suivant le vecteur

$$\vec{L} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \text{ (m)}$$

- 1) Trouver $W = \vec{F} \cdot \vec{L}$ (le travail de la force)
- 2) Déduire la projection de la force \vec{F} sur le vecteur déplacement \vec{L} .
- 3) Trouver la relation entre les composantes du vecteur déplacement $\vec{d} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$, pour que le travail de \vec{F} soit nul.

Exercice 8: (sera traité en cours)

Soit $\vec{A} = 5X^2\vec{i} + (2X + 1)\vec{j} - 2\vec{k}$ et $\vec{B} = 5\vec{i} + (2X^2 - X)\vec{j} + 2X\vec{k}$

- 1) Calculer \vec{A} et \vec{B} dans le cas où $X=0$ et $X=1$
- 2) Calculer $\frac{d}{dx}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ de deux manières différentes

Soit $G(X, Y, Z) = 3X^2 + 9XY - 6Y^2Z - 3XZ + 5XYZ^2$ une fonction dans l'espace cartésien.

- 3) Calculer $\vec{D} = \overrightarrow{\text{grad}}(G)$

Soit $\vec{C}(x, y, z) = (x^2 + 1)\vec{i} + (x + 5z)\vec{j} - (y^2 + 3x)\vec{k}$

- 4) Calculer $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{C}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{C}$.

Exercice 9 : (Calcul d'erreurs)

Une masse m est lâchée d'une hauteur h , à son arrivée au sol, elle avait une vitesse $v = \sqrt{2gh}$. Si la hauteur $h = 53.6\text{m}$, mesurée avec une erreur de 1cm , l'accélération gravitationnelle, $g = 9.81\text{m/s}^2$, est connue avec une précision de 0.1% , estimer l'erreur sur la valeur de la vitesse v calculée.