

المجموعة: 1, 2, 3

السلسلة: الثانية

المقياس: إحداثي 2

الحل اليدوي:

التوزيع: 01

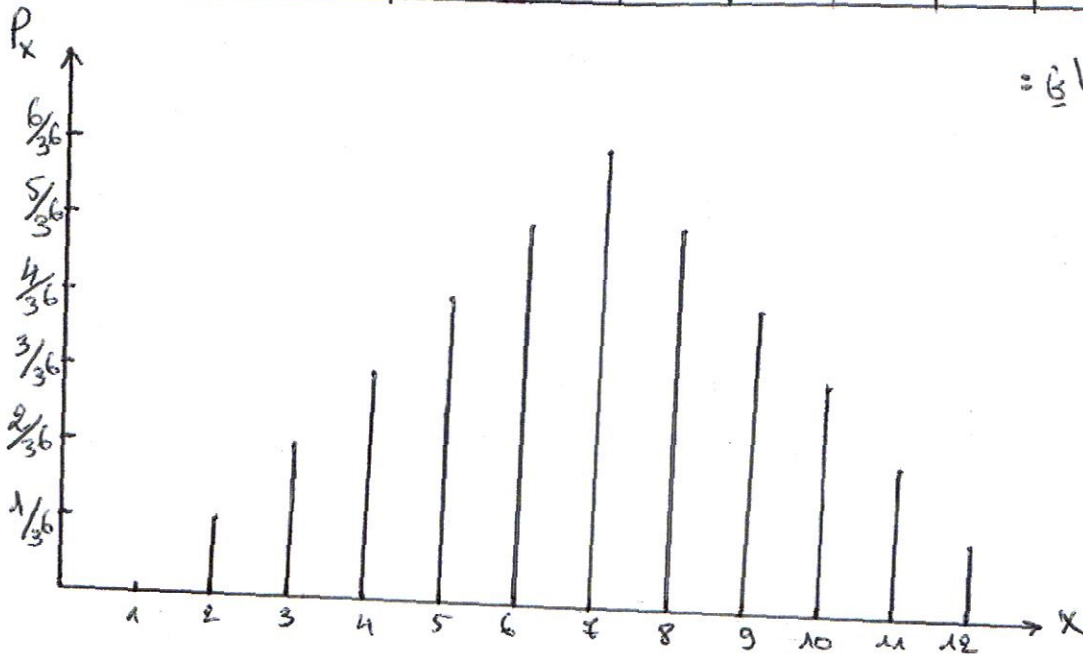
01 - إيجاد دالة قانون التوزيع الاحتمالي:

$$X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

عدد الحالات الممكنة

$$A_6^2 = n^p = 6^2 = 36$$

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
P <sub>x</sub>	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1



\* التمثيل البياني =

02 - حساب الاحتمال: \*

$$P(X \leq 6) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$

$$= \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36}$$

$$= \frac{15}{36}$$

$$P(X \geq 9) = P(X=9) + P(X=10) + P(X=11) + P(X=12)$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36}$$

$$= \frac{10}{36}$$

$$* P(8 < x < 11) = P(x=9) + P(x=10)$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{3}{36}$$

$$= \frac{7}{36}$$

03 - القاء زهرتي نرد في آن واحد :

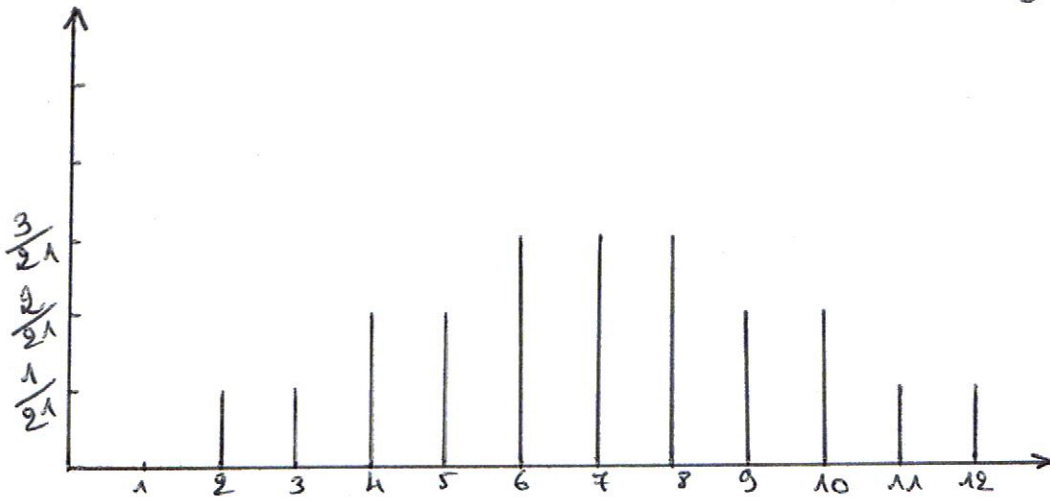
$$x = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$K_n^p = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!} = \frac{(6+2-1)!}{2!(6-1)!} = 21$$

عدد الحالات الممكنة :  
 P - قانون التوزيع التوافقي :

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
P <sub>x</sub>	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	1

ب - الرسم البياني



ج - حساب الاحتمالات :

$$* P(x \leq 6) = P(x=6) + P(x=5) + P(x=4) + P(x=3) + P(x=2)$$

$$= \frac{3}{21} + \frac{2}{21} + \frac{2}{21} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21}$$

$$= \frac{9}{21}$$

$$* P(x \geq 9) = P(x=9) + P(x=10) + P(x=11) + P(x=12)$$

$$= \frac{2}{21} + \frac{2}{21} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21}$$

$$= \frac{6}{21}$$

$$* P(8 < X < 11) = P(X=9) + P(X=10)$$

$$= \frac{2}{21} + \frac{2}{21}$$

$$= \frac{4}{21}$$

التدريب 02:

01 - ايجاد دالة قانون التوزيع الاحتمالي:

$$X = \{-50, 0, 100\}$$

$$n^p = 2^4 = 16$$

عدد الحالات الممكنة:

الحالات الممكنة ( $\Omega$ ):

$$\Omega = \{FFFF, FFFP, FFPF, FPFF, PFFF, FFPP, FPPF, FPPF, PFPF, PPFF, PFFP, PPPP, PPPF, PPFP, PFPP, FPPP\}$$

- قانون التوزيع الاحتمالي:

X	-50	0	100	$\Sigma$
$P_x$	$\frac{6}{16}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{2}{16}$	1

التدريب 03:

نفتن من أن:

J - حدث فوزه في المباراة ليوم الخميس  
L - حدث فوزه في المباراة ليوم الاثنين

$$\Omega = \{(L, J), (L, \bar{J}), (\bar{L}, J), (\bar{L}, \bar{J})\}$$

- تحديد الاحتمالات المعاكسة:

$$P(\bar{J}) = 1 - P(J) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(\bar{L}) = 1 - P(L) = 1 - 0,7 = 0,3$$

القيم الممكنة للمتغير العشوائي X:

$$X = \{0, 1, 2\}$$



ايجاد قانون التوزيع الاحتمالي :

$$P(x=0) = P(\bar{L} \cap \bar{J}) = P(\bar{L}) \times P(\bar{J}) \\ = 0,2 \times 0,3 = 0,06$$

$$P(x=1) = P[(L \cap \bar{J}) \cup (\bar{L} \cap J)] = P(L) \times P(\bar{J}) + P(\bar{L}) \times P(J) \\ = 0,7 \times 0,2 + 0,3 \times 0,8 = 0,38$$

$$P(x=2) = P(L) \times P(J) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

ومنه قانون التوزيع الاحتمالي :

X	0	1	2	Σ
P <sub>x</sub>	0,06	0,38	0,56	1

التوزيع 04 :

$$P(x=1) = p = 0,5$$

$$P(x=2) = pq = (0,5)(0,5) = 0,25$$

$$P(x=3) = pq^2 = (0,5)(0,5)^2 = 0,125$$

$$P(x=4) = pq^3 = (0,5)(0,5)^3 = 0,0625$$

$$P(x=5) = pq^4 = (0,5)(0,5)^4 = 0,03125$$

$$P(x=6) = pq^5 = (0,5)(0,5)^5 = 0,015625$$

$$P(x=7) = pq^6 = (0,5)(0,5)^6 = 0,0078125$$

$$P(x=8) = pq^7 = (0,5)(0,5)^7 = 0,00390625$$

$$P(x=9) = pq^8 = (0,5)(0,5)^8 = 0,001953125$$

$$P(x=10) = pq^9 = (0,5)(0,5)^9 = 0,0009765625$$

قانون التوزيع الاحتمالي

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
P <sub>x</sub>	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	0,015625	0,0078125	0,00390625	0,001953125	0,0009765625	1

1- اكمال الجدول :

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	Σ
f(x)	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$	1

2 - قيمة التوقع الرياضي :  $E(X) = 0$  لأنه متناظر  
 3 - حساب التباين :

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$= \sum_{i=1}^7 x_i^2 P_i - 0$$

$$= (-3)^2 \left(\frac{1}{25}\right) + (-2)^2 \left(\frac{3}{25}\right) + (-1)^2 \left(\frac{1}{5}\right) + (0)^2 \left(\frac{4}{25}\right) + (1)^2 \left(\frac{1}{5}\right) + (2)^2 \left(\frac{3}{25}\right)$$

$$+ (3)^2 \left(\frac{1}{25}\right) = \frac{52}{25}$$

$$V(X) = 2,08$$

$$\sigma_x = \sqrt{2,08}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_x = 1,44}$$

1- حتى تكون  $P(X=x)$  هي دالة قانون التوزيع الاحتمالي يجب أن يكون

$$\sum_{x=1}^5 P(X=x) = 1$$

$$\sum_{x=1}^5 P(X=x) = \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

لدينا ،

اذن  $P(X=x)$  هي دالة قانون التوزيع الاحتمالي  
 2- الصيغة الرياضية لهذا التوزيع :

$$\boxed{P(X=x) = \frac{x}{\sum_{x=1}^5 x}}$$

3- حساب احتمالات :

$$* P(x=2,5) = 0$$

حتى مستحيل

$$* P(2 \leq x < 4) = P(x=2) + P(x=3) \\ = \frac{2}{15} + \frac{3}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$* P(-2 \leq x \leq 2) = P(x=-2) + P(x=-1) + P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) \\ = 0 + 0 + 0 + \frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$E(g(x)) = E(x) = \sum x P_k$$

$$= \sum x \left( \frac{x}{\sum x} \right) = \frac{\sum x^2}{\sum x} = \frac{5(5+1)(2 \times 5+1)}{6 \times 15} \\ = \frac{5 \times 6 \times 11}{6 \times 15} = \frac{11}{3}$$

4- ايجاد  $E(g(x))$   
:  $g(x) = x$  6 - P

5- ايجاد  $E(g(x))$   
:  $g(x) = 2x + 4$  6 - P

$$E(g(x)) = E(2x + 4) = 2E(x) + 4 = 2 \left( \frac{11}{3} \right) + 4$$

$$E(g(x)) = \frac{34}{3}$$

6- ايجاد  $V(g(x))$   
:  $g(x) = x$  6 - P

$$V(g(x)) = V(x) = \sum x^2 P_k - (E(x))^2 \\ = \sum x^2 \left( \frac{x}{\sum x} \right) - \left( \frac{11}{3} \right)^2 = \frac{\sum x^3}{\sum x} - \left( \frac{11}{3} \right)^2 \\ = \frac{5^2(5+1)^2}{4 \times 15} - \left( \frac{11}{3} \right)^2 = \frac{5 \times 5 \times 36}{4 \times 5 \times 3} - \frac{121}{9} \\ = 15 - \frac{121}{9} = \frac{14}{9}$$

$$V(2x+4) = 2^2 V(x) + 0 = 2^2 \left( \frac{14}{9} \right)$$

$$V(g(x)) = \frac{56}{9}$$



1- التأكد من أن  $f(x)$  دالة كثافة احتمالية :

حتى تكون دالة كثافة احتمالية يجب أن يكون :  $\int_0^3 f(x) dx = 1$

$$\int_0^3 \frac{4}{81} x(9-x^2) dx = \frac{4}{81} \int_0^3 9x - x^3 dx = \frac{4}{81} \left[ \frac{9x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^3$$

$$= \frac{4}{81} \left[ \left( \frac{9(3)^2}{2} - \frac{(3)^4}{4} \right) - 0 \right] = \frac{4}{81} \left[ \frac{2(81) - 81}{4} \right]$$

$$= \frac{4}{81} \left( \frac{81}{4} \right) = 1$$

ومن  $f(x)$  دالة كثافة احتمالية

2- حساب الاحتمالات :

$$* P(x < 2) = \int_0^2 \frac{4}{81} x(9-x^2) dx$$

$$= \frac{4}{81} \left[ \frac{9x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^2 = \frac{4}{81} \left[ \left( \frac{9(2)^2}{2} - \frac{(2)^4}{4} \right) - 0 \right]$$

$$= \frac{4}{81} (14) = \frac{56}{81}$$

$$* P\left(\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}\right) = \int_{0.5}^{2.5} \frac{4}{81} x(9-x^2) dx$$

$$= \frac{4}{81} \left[ \frac{9x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_{0.5}^{2.5} = \frac{4}{81} \left[ \left( \frac{9(2.5)^2}{2} - \frac{(2.5)^4}{4} \right) - \left( \frac{9(0.5)^2}{2} - \frac{(0.5)^4}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{69}{81}$$

$$* P(x \geq 1) = \int_1^3 \frac{4}{81} x(9-x^2) dx$$

$$= \frac{4}{81} \left[ \frac{9x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_1^3 = \frac{4}{81} \left[ \left( \frac{9(3)^2}{2} - \frac{(3)^4}{4} \right) - \left( \frac{9(1)^2}{2} - \frac{(1)^4}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{64}{81}$$

01 - ايجاد قيمة الثابت C حتى تكون الدالة  $f(x)$  عبارة عن دالة كثافة احتمالية :  
 معطى :

$$\int_0^4 Cx^2 dx = 1$$

$$\left[ \frac{Cx^3}{3} \right]_0^4 = 1$$

أي :

$$\frac{C(4)^3}{3} - 0 = 1$$

ومن :

$$C(4)^3 = 3$$

أي :

$$\boxed{C = \frac{3}{64}}$$

اذن :

02 - حساب الاحتمالات

لأنه مستمر

$$* P(x=2) = 0$$

$$* P(x > 3) = \int_3^4 f(x) dx = \int_3^4 \frac{3}{64} x^2 dx = \frac{3}{64} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_3^4$$

$$= \frac{3}{64} \left[ \frac{(4)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} \right] = \frac{37}{64}$$

$$* P\left(1 < x < \frac{3}{2}\right) = \int_1^{1.5} \frac{3}{64} x^2 dx = \frac{3}{64} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^{1.5}$$

$$= \frac{3}{64} \left[ \frac{(1.5)^3}{3} - \frac{(1)^3}{3} \right] = \frac{2,37}{64}$$

03 - حساب التباين و # تفراف المتغيري

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$



$$\begin{aligned}
 * E(x) &= \int_0^4 x f(x) dx = \int_0^4 x \frac{3}{64} x^2 dx = \frac{3}{64} \int_0^4 x^3 dx \\
 &= \frac{3}{64} \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^4 = \frac{3}{64} \left[ \frac{(4)^4}{4} - 0 \right] = \frac{3}{64} (64) = \boxed{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * E(x^2) &= \int_0^4 x^2 f(x) dx = \int_0^4 x^2 \frac{3}{64} x^2 dx = \frac{3}{64} \int_0^4 x^4 dx \\
 &= \frac{3}{64} \left[ \frac{x^5}{5} \right]_0^4 = \frac{3}{64} \left[ \frac{(4)^5}{5} - 0 \right] = \boxed{9,6}
 \end{aligned}$$

$$V(x) = 9,6 - (3)^2 = 0,6 \quad \text{اذن :}$$

$$\sigma_x = \sqrt{0,6} = \boxed{0,774} \quad \text{وحيث :}$$

التقريب 09 :  
01 - حساب التباين و التباين

$$* P(x > 2) = \int_2^{+\infty} f(x) dx = \int_2^{+\infty} 0 dx = \boxed{0}$$

$$\begin{aligned}
 * P(0 \leq x \leq 1) &= \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{8} (12x - 6x^2) dx \\
 &= \frac{1}{8} \int_0^1 12x - 6x^2 dx = \frac{1}{8} \left[ \frac{12x^2}{2} - \frac{6x^3}{3} \right]_0^1 \\
 &= \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{12(1)^2}{2} - \frac{6(1)^3}{3} \right) - 0 \right] = \boxed{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * P(2 \geq x \geq 1) &= \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{1}{8} (12x - 6x^2) dx \\
 &= \frac{1}{8} \int_1^2 12x - 6x^2 dx = \frac{1}{8} \left[ \frac{12x^2}{2} - \frac{6x^3}{3} \right]_1^2 \\
 &= \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{12(2)^2}{2} - \frac{6(2)^3}{3} \right) - \left( \frac{12(1)^2}{2} - \frac{6(1)^3}{3} \right) \right] = \boxed{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

:  $E(x)$  ى لى

$$\begin{aligned}
 E(x) &= \int_0^2 x f(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{8} x (12x - 6x^2) dx \\
 &= \frac{1}{8} \int_0^2 12x^2 - 6x^3 dx = \frac{1}{8} \left[ \frac{12x^3}{3} - \frac{6x^4}{4} \right]_0^2 \\
 &= \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{12(2)^3}{3} - \frac{6(2)^4}{4} \right) - 0 \right] = \boxed{1}
 \end{aligned}$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)} \quad ; \quad V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 \quad \text{ى لى}$$

$$\begin{aligned}
 V(x) &= \int_0^2 x^2 f(x) dx - 1^2 \\
 &= \int_0^2 x^2 \frac{1}{8} (12x - 6x^2) dx - 1 = \frac{1}{8} \int_0^2 12x^3 - 6x^4 dx - 1 \\
 &= \frac{1}{8} \left[ \frac{12x^4}{4} - \frac{6x^5}{5} \right]_0^2 - 1 = \frac{1}{8} \left[ \frac{12(2)^4}{4} - \frac{6(2)^5}{5} \right] - 1
 \end{aligned}$$

$$V(x) = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{5}} = \boxed{\sqrt{0.2}} \quad \text{ى لى}$$