بسم الله الرحمن الرحيم

السلسلة الأولى من التمارين المحلولة: تتعلق بالفصل الأول

التمرين الأول: عرف ما يلي

01 – الاحتمال، المتغير العشوائي والتوزيع الاحتمالي، المتغير العشوائي المنفصل والتوزيع الاحتمالي المنفصل.

02 – كيف نسمي الشيء المرغوب وقوعه، وعدم وقوعه، النواتج الممكنة.

03 – ماهي شروط التوزيع الاحتمالي

04 – على أي أساس تبني الاحتمالات النظرية؟

05 – ماهي الاحتمالات التجريبية، ماذا يقصد بالقيمة المتوقعة أو التوقع

حل التمرين

01 – هو نسبة تقيس فرصة وقوع حادثة معينة. المتغير العشوائي، هو المتغير الذي يؤخذ مجموعة قيم لها احتمالات معلومة. إذا كان له عدد محدود من القيم يسمى متغيرا عشوائيا منفصلا، أما التوزيع الاحتمالي المنفصل، هو جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط بين كل قيمة من قيم المتغير العشوائي المنفصل (x) مع احتمال وقوعها

02 – نسمي الشيء المرغوب وقوعه نجاحا، أما عدم وقوعه يسمى فشلا، أما النواتج الممكنة تسمى فضاء العينة (s).

03 – شروط التوزيع الاحتمالي: نقول عن توزيع أنه توزيع احتمالي إذا تحقق الشرطين التاليين:

- احتمال كل قيمة من قيم x محصور بين (0 و 1) $0 \leq p(X) \leq 1$

- مجموع كل احتمالات قيم X يساوي 1 ، أي أن: $\sum p(X) = 1$

04 - تبنى الاحتمالات النظرية على افتراضات يتوقع الحصول عليها.

05 – الاحتمالات التجريبية، هي الاحتمالات التي يتم تقديرها من عدد من التجارب.

يقصد بالقيمة المتوقعة أو التوقع $E(X)$ هي الوسط الموزون للقيم في التوزيع الاحتمالي وينتج هذا الوسط من خلال اعتماد الاحتمال النظري كوزن للمتغير العشوائي ويخبرك بما يمكن حدوثه على المدى البعيد، وذلك بعد محاولات عديدة.

التمرين الثاني

ترجم المصطلحات التالية الى اللغة الإنجليزية

الرقم	المصطلح	الترجمة الى الانجليزية
01	الاحتمال	Probability
02	النجاح	success
03	الفشل	failure
04	فضاء العينة	Sample space
05	الاحتمال النظري	Theoretical Probability
06	الاحتمال التجريبي	Experimental Probability
07	القيمة المتوقعة	Expected value

التمرين الثالث

اليك المثال التالي: ألقينا حجرة نرد متزنة مرة واحدة، نفرض أننا مهتمون بظهور رقم فردي.

01 – ماذا نسمي عملية رمي زهرة النرد

02 – كيف نسمي الرقم الفردي محل اهتمامنا

03 – كيف نسمي مجموعة الحالات الممكنة الظهور، ارسمها

04 – ما هو الفرق بين الحالات الممكنة والحالات المواتية

05 – ماذا يقصد بالحالات المتماثلة، قدم مثالا.

06 – ماذا يقصد بالحوادث المتنافية

07 – ماذا يقصد بالحوادث المستقلة

08 – ماذا يقصد بالحوادث الشاملة

....

حل التمرين الثالث

– نسمي عملية رمي زهرة النرد بالتجربة

02 – نسمي الرقم الفردي محل اهتمامنا بالحدث المرغوب، يرمز له عادة بالرمز A

03 – نسمي مجموعة الحالات الممكنة الظهور بفضاء العينة، يرمز له عادة با لرمز S

04 – الفرق بين الحالات الممكنة والحالات المواتية (المرغوبة)، هو أن الحالات المواتية هي مجموعة جزئية من مجموعة الحالات الممكنة.

05 – الحالات المتماثلة هي: الحالات المتكافئة والمتساوية في إمكانية حدوثها مثلا عند رمي قطعة نقود فإن الظروف المهيأة للحصول على أي وجه (صورة أو كتابة) تكون متكافئة، فيقال بأن الحالتين التي تنتج عن تجربة رمي قطعة النقود حالتان متماثلتان.

التمرين الرابع: نرمي قطعة نقود متزنة وقطعة نرد متزنة دفعة واحدة.

المطلوب: حساب احتمال كل من الحوادث التالية.

01 – الحدث A_1 يدل على وقوع الكتابة للقطعة النقدية وعدد زوجي لحجرة النرد

02 – الحدث A2 ظهور الصورة أو الكتابة للقطعة النقدية وعدد فردي لحجرة النرد

03 – الحدث A3 ظهور الصورة للقطعة النقدية وعدد أكبر تماما من 4 لحجرة النرد.

الحل: قبل حساب الاحتمال يتعين علينا تعيين فضاء العينة

$$S = \{(F,1);(F,2);(F,3);(F,4);(F,5);(F,6);(P,1);(P,2);(P,3);(P,4);(P,5);(P,6)\}$$

01 - تعيين الحدث A1 $\quad A1 = \{(P,2),(P,4),(P,6)\}$

- حساب الحدث: $P(A1) = \frac{3}{12} = \frac{1}{6}$

02 – تعيين الحدث A2 $\quad A2 = \{(F,1),(F,3),(F,5),(P,1),(P,3),(P,5)\}$

-حساب الحدث: $P(A2) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

03 – تعيين الحدث A3 $\quad A3 = \{(F,5),(F,6)\}$

- حساب الحدث: $P(A3) = \frac{2}{12}$

التمرين الخامس

صندوق يحتوي على 05 كرات بيضاء مرقمة من 01 الى 05 وكرتان سوداويتين مرقمتين من 01 الى 02. نسحب كرة عشوائيا.

احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء علما أنها تحمل الرقم 01.

حل التمرين

01 – تعيين فضاء العينة (S): نسمي الكريات البيضاء B ونسمي الكريات السوداء N وعليه تكون

$$S = \{B1, B2, B3, B4, B5\ , N1\ , N2\}$$

02 - ليكن A الحدث هو سحب كرة بيضاء والحدث B هو سحب كرة رقم 01

03 - تعيين الحدث A $A = \{B1\ , B2\ , B3\ , B4\ , B5\}$

04 - تعيين الحدث B $B = \{B1\ , N1\}$

05 – إذن حساب احتمال الحصول على كرة بيضاء (و) رقم 01 في نفس الوقت هو في الحقيقة

$$P(A \cap B) = \frac{1}{7}$$

06 – حساب احتمال الحصول على كرة برقم 01 وهي الحدث B

$$P\ (B) = \frac{2}{7}$$

07 – وعلى هذا الأساس يكون الاحتمال المطلوب هو:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{7}} = \frac{1}{2}$$

08 – خلاصة التمرين : تعاملنا مع الاحتمال الشرطي ، بمعنى احتمال وقوع الحدث A شرط وقوع الحدث B مع ملاحظة، أن $P\ (B) \neq 0$ ،،، راجع الأحداث المتنافية والغير متنافية

سؤال: ماذا يقصد بالاحتمال الشرطي...؟.

مثال: مدير شركة انتاج نوع من العطور ، يريد الترويج لمنتوجه عن طريق إعلان تلفزيوني ، بعدها ينتظر ويتوقع أن يشتري أحد الزبائن ذلك المنتوج.

إذن وقوع الحدث B وهو عملية البيع للزبون مشروط بوقوع الحدث A وهو عملية الترويج في التلفزيون.

نعبر عن هذا بالقاعدة التالية: $P\ (B/A)$ وتقرأ كما يلي (احتمال وقوع الحدث B شرط وقوع الحدث A أو العكس)

التمرين السادس

ليكن لدينا الحدثين A و B معرفين كما يلي

$P(A) = 0.3$
$P(B) = 0.5$
$P(A \cap B) = 0.2$

السؤال: أحسب $P(A \cup B)$ ، $P(A/B)$ ، $P(B/A)$

الحل

-$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

بالتعويض: $P(A \cup B) = 0.3 + 0.5 - 0.2 = 0.6$

- $P(A/B) = \frac{(P(A \cap B))}{P(B)} = \frac{0.2}{0.5} = \frac{2}{5}$

- $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3}$

تذكير: نقول عن حدثين A و B أنهما مستقلين ، إذا تحقق ما يلي:

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

إذا كان احتمال B يختلف عن الصفر، فإن التعريف السابق يكافئ

$P(A/B) = P(A)$

التمرين السابع

ما هو احتمال الحصول على الثنائية (3,3) عند رمي زوج من أحجار النرد

حل التمرين

-احتمال الحصول على الوجه 3 للحجرة الأولى هو: 6/1

-احتمال الحصول على الوجه 3 لحجرة النرد الثانية هو 6/1

وعليه، فإن احتمال الحصول عليهما مرة واحدة هو:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$